

新北市身心障礙學生課程調整教材

國中數學領域



新北市政府教育局

編印

中華民國一〇三年七月

新北市身心障礙學生課程調整教材

國中數學領域



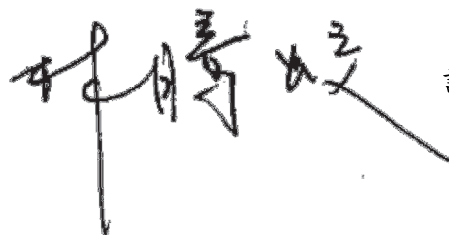
開拓學習的新藍海

新北市特殊教育教學發展的里程碑又再度寫下新頁。近年我們積極推動特教班教師精進教學與多層次教學工作坊，透過專家示範、到校觀察、同儕相互觀課，記錄與省思同儕教學歷程等方式，鼓勵特教老師以團隊學習所激發的創新思維與深度對話，發展適性化教學內涵與策略，讓每位身心障礙學生獨特的學習需求與認知方式，因受到教師充分的理解而獲致學習上的伸展跳躍。本年度為讓本市身心障礙學生的數學教育更加聚焦並貼近實際生活所需，我們以化繁為簡的概念作為思考軸心，針對國中七年級新生出版國中數學簡化教材，希望展現數學學習的新風貌。

學習數學是抽象思考力的鍛鍊，更是邏輯與演繹力的培養，特別是在符號推演過程對於合理性的各項判斷，無形中會讓孩子碰觸到各種問題的解決路徑，而終致在答案揭露的過程中，體會到原來一個問題也可以有不同的解答方式。同理，專業學科甚或人生課題的學習，其實也存在著諸多可能的方法，需要學習者或教師在學習過程中逐步發掘與建構最合宜的方式。本書的編輯正好植基此項理念，希望本市特教教師以本書單元與主題作為授課內容的基底，對照新課綱的內涵，根據孩子學習特性，配合過去教學經驗以轉化的角度出發，輔以個別化教學策略的設計，引導孩子理解、練習，再進行多元化評量。最終以回歸特殊教育本質作為依歸，充分展現以學生為中心、以人為本的核心精神。

本書編輯的過程歷時二年，由國立臺灣師範大學數學系譚克平教授及本市資深退休陳彩鳳教師帶領7位本市教師歷經十多次會議討論編輯完成，感謝編輯團隊長期的用心投入與專業協助。此次教材的出版將是本市特殊教育教學品質更加精緻與深化的開端，未來我們將搭配本書辦理特教教師實務工作坊，提升教師課程設計與教學能力，並鼓勵特教教師成立跨校或跨領域專業社群，持續透過專業成長培力課程，為新北特教孩子的學習成長擘劃一幅綻美的藍圖。

教育局長



謹誌



目錄

七上 第1章 整數與數線

1-1 負數與數線.....	10
1-2 整數的加減.....	16
1-3 整數的乘除與四則運算.....	37
1-4 指數律.....	53
1-5 科學記號.....	59

七上 第2章 數的運算

2-1 因數與倍數.....	76
2-2 分數的加減.....	87
2-3 分數的乘除與四則運算.....	100

七上 第3章 一元一次方程式

3-1 以符號代表數.....	118
3-2 解一元一次方程式.....	144
3-3 應用問題.....	167

新北市身心障礙學生課程調整教材

國中數學領域

編制人員

一、指導教授:國立臺灣師範大學科學教育研究所 譚克平教授

二、指導老師:新北市江翠國中資優班 陳彩鳳老師(退休)

三、編輯人員

服務單位	編者姓名	編輯單元內容
丹鳳高中	<u>陳佩盈</u> 老師	◆ 負數與數線
崇林國中	<u>邱品咨</u> 老師	◆ 整數的加減
育林國中	<u>宋紀芬</u> 老師	◆ 整數的乘除與四則運算
文山國中	<u>陳靜淑</u> 老師	◆ 指數律
新泰國中	<u>陳方盈</u> 老師	◆ 科學記號
福營國中	<u>林芝宇</u> 老師	◆ 因數與倍數
福營國中	<u>張靜枝</u> 老師	◆ 分數的加減
		◆ 分數的乘除與四則運算
		◆ 以符號代表數
		◆ 解一元一次方程式
		◆ 應用問題

新北市身心障礙課程簡化教材使用說明書

國中數學

<p>單元名稱</p>	<p>七上 第1章 整數與數線 1-1 負數與數線 1-2 整數的加減 1-3 整數的乘除與四則運算 1-4 指數律 1-5 科學記號</p>
<p>編/作者 (學校/姓名)</p>	<p>丹鳳高中 <u>陳佩盈</u>老師 崇林國中 <u>邱品咨</u>老師 育林國中 <u>宋紀芬</u>老師</p>
<p>設計理念</p>	<p>本教材依據「認知與學習功能輕微缺損」學生學習特性及需求，依照減量、簡化、分解原則，並採用大量生活實例來說明，期望將數學概念與生活經歷相結合。 每一單元編制有「重要概念說明」、「老師講解」、「課堂練習」及「重點回顧」，老師可依照學生能力及學習目標修正並彈性使用。</p>
<p>適用對象</p>	<p>國中階段 認知或學習功能輕微缺損之學生</p>
<p>能力指標</p>	<p>7-n-04能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。 7-n-04-1 能解釋負數代表數值小於0 的數，在生活中無法記量。 7-n-04-2 能區辨負為正的相反意義。 7-n-04-3 能以正負數為例，列舉出生活領域中常見數值的消長關係。 7-n-05能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小 7-n-05-1 能解釋出數的絕對值，表示數到0 的距離。 7-n-05-2 能辨識出絕對值均為正數。 7-n-05-3 能辨識出負數的絕對值為去掉負號的數值。 7-n-05-4 能區辨出負數的絕對值越大，該負數的值越小。 7-n-06能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。 7-n-06-2 能熟練負數的加、減法運算規則。 7-n-06-3 能熟練負數的乘、除法運算規則。 7-n-06-4 能熟練負數的四則混合運算規則。 7-n-10能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。 7-n-10-1 能區辨出正整數的次方與負整數的次方的差別。 7-n-10-2 能解釋指數為底數連乘的次數，即為底數的次方。 7-n-10-3 能熟練算式中的指數運算。 7-n-11能理解同底數的相乘或相除的指數律。 7-n-11-1 能解釋指數律規則為同底數相乘除時，底數的次方累積或消去的規</p>

	<p>律。</p> <p>7-n-11-1 能熟練相同底數的乘法指數率規則。</p> <p>7-n-11-2 能熟練相同底數的除法指數率規則。</p> <p>7-n-12能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。</p> <p>7-n-12-1 能區辨出科學記號的記法為，介在1和10之間的數值乘上10的次方。</p> <p>7-n-12-2 能辨識出科學記號中，10的次方為正時表示大於1的極大數，10的次方為負時表示小於1的極小數。</p> <p>7-n-12-3 能熟練將極大數與極小數改為科學記號的規則。</p>
<p>單元內容</p>	<p>本章共有 5 小節與其內容重點，如下：</p> <p>1-1 負數與數線</p> <ul style="list-style-type: none"> ◇ 正數與負數介紹。 ◇ 數線的三要素。 ◇ 相反數 ◇ 絕對值 <p>1-2 整數的加減</p> <ul style="list-style-type: none"> ◇ 同號數相加 ◇ 異號數相加 ◇ 整數加法性質 ◇ 整數的減法 ◇ 數線上兩點間的距離 <p>1-3 整數的乘除與四則運算</p> <ul style="list-style-type: none"> ◇ 整數的乘法概念 ◇ 整數的除法概念 ◇ 整數四則運算與注意事項 <p>1-4 指數律</p> <ul style="list-style-type: none"> ◇ 乘方的意義 ◇ 指數律 <p>1-5 科學記號</p> <ul style="list-style-type: none"> ◇ 科學記號表示法 ◇ 科學記號比較大小 ◇ 科學記號的乘除運算 <p>科學記號的加減運算</p>
<p>教學建議</p>	<p>一、 本單元建議上課節數 20 節，各小節分配如下：</p> <p>本章共有 5 小節，分別是 1-1 負數與數線預計節數 4 節、1-2 整數的加減預計節數 4 節、1-3 整數的乘除與四則運算預計節數 5 節、1-4 指數律預計節數 4 節、1-5 科學記號預計節數 3 節。</p> <p>二、 本單元重要概念澄清與提醒：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 建議使用生活實例來引導基本概念，讓教學內容變得更有意義。 2. 建議在教負數時，先協助學生釐清運算符號(減號)與性質符號(負號)的差異。 3. 在說明正負數時，建議使用圖示法來輔助學習，讓學生減輕對文字的

	<p>負擔。</p> <p>三、本單元適用之教學法：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 口訣記憶：在正負數符號變換上，可透過口訣讓學生容易記住，尤其在正負數的四則運算順序與步驟上，加深對計算的印象。 2. 直接教學：由教學者直接將教學目標清楚陳述，並將教材劃分為許多小部分，透過練習與回饋達到精熟學習。 3. 工作分析：將數學運算步驟細分，讓學生可以完成分解的運算，再串聯完整的題目，學生可藉由提示線索學習運算模式，建構解題技巧。 4. 問答法：增加學生主動參與課程的機會，與師生互動性，亦可藉問答法的方式，有助提升學習效能。 5. 教材編制(具體化/視覺提示/實作練習)：教材選擇生活範例，協助學生可以將抽象概念具體化，並且利用數線圖、提示卡…，提供學生視覺提示以方便學生運算步驟的建立。此外，大量例題重複應用練習，搭配實物操作，達到精熟學習。
<p>教學心得及省思</p>	<p>本課程設計的優點在於提供教學者可快速帶領學生了解基本概念與步驟化解題，適時搭配口訣輔助學習，建議教學現場老師可以多提供與孩子相關生活有關實例納入課程中。</p> <p>希望設計淺顯易懂的學習單，讓學生對單元教材有清楚完整的架構觀念，應用例題建立良好基礎。尤其教學對象異質性大，必須為學生設計符合個別差異的教材教具，來滿足學生們的適性教育，因此編輯教材過程，參閱各出版社版本優缺點，來設計符合學生程度的教材。但在生活實例的部分，與學生經驗相關，練習題難易度需斟酌學生的程度作調整，較難以面面俱到。</p> <p>為引導出學習興趣，增加許多生活中應用的實例，教學活動上亦可設計口訣技巧，搭配圖示讓學生了解此單元扮演的重要性。</p>
<p>教學資源</p>	<p>溫度計、數線圖、口訣提示卡、學習單、增強系統</p>
<p>參考資料</p>	<p>國民教育階段特殊教育課程大綱。 國民中小學九年一貫課程綱要。 資源班教師數學科自編教材。 翰林版七上課本</p>

1-1 負數與數線

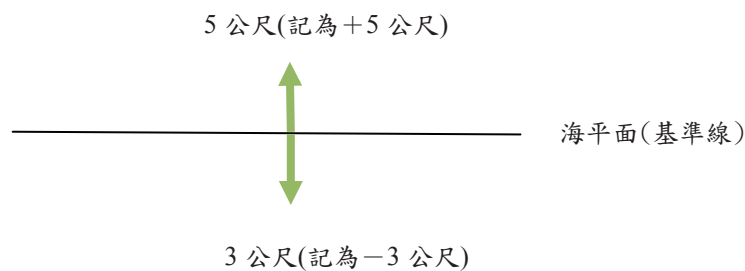
一、正數與負數

氣象預報指出，玉山週末氣溫為 $-5^{\circ}\text{C}\sim-1^{\circ}\text{C}$ ，其中「 $-$ 」(負)表示溫度「低於零度」，因此週末玉山的最高溫和最低溫介於攝氏零下 5 度與攝氏零下 1 度之間。

日常生活中，我們經常看到用「 $+$ 」(正)號和「 $-$ 」(負)號來表示相對的量，例如：賺錢和賠錢、成績進步與退步、水位的上升與下降。

我們習慣上稱 $+21$ 、 $+10$ 、 $+3$ 等數稱為正數， -1 、 -13 、 -5 等數稱為負數。此時，「 $+$ 」、「 $-$ 」是用來表示「正」、「負」的特性，稱為性質符號；當「 $+$ 」、「 $-$ 」是用來表示「加」、「減」運算時，就稱為運算符號。

例題 1：以海平面為基準線，如果海平面上方 5 公尺記為 $+5$ 公尺，則海平面下方 3 公尺可記為_____公尺。



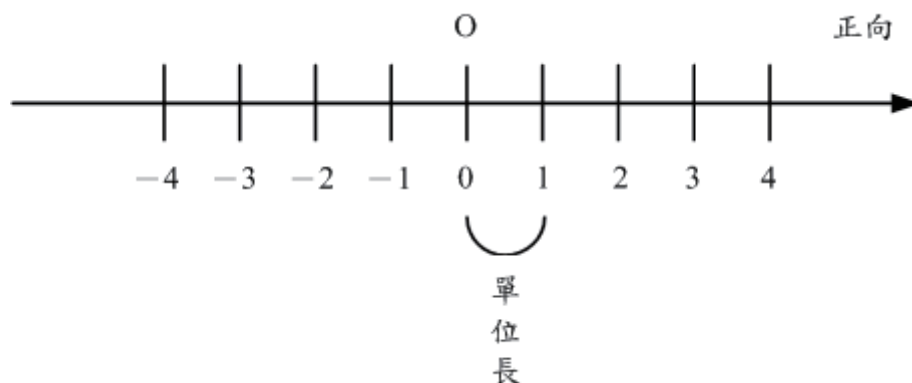
例題 2：小芬以車站為基準點，向北走 6 公里記為 $+6$ 公里，則向南走 3 公里可記為_____公里。

課堂練習：

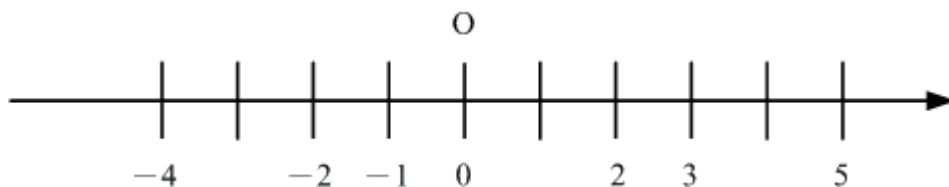
1. 以目前的氣溫為基準點，如果氣溫下降 15°C 記為 -15°C ，氣溫上升 20°C 可記為_____ $^{\circ}\text{C}$ 。
2. 以海平面為基準線，如果海平面上方 2 公尺記為 $+2$ 公尺，則海平面下方 4 公尺可記為_____公尺。
3. 小方以學校為基準點，如果向東走 5 公里記為 $+5$ 公里，則向西走 6 公里可記為_____公里。
4. 如果中華跆拳道代表隊在 2012 年奧運比賽中勝 3 場記為 $+3$ 場，則輸 2 場可記為_____場。
5. 小新飲料店去年賺錢 200 萬，記為 $+200$ 萬元，則今年賠錢 100 萬元，可記為_____萬元。

二、數線、數的大小、相反數

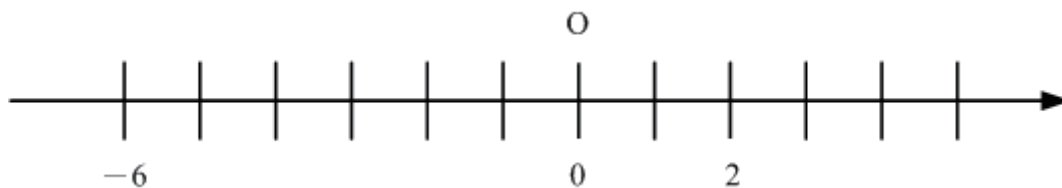
我們在國小的時候有學過以 0 為起點的數線，數線的右端加上箭頭以表示正向，以適當的固定長度當成 1 個單位稱為單位長。以 0 為起點，往右依序是整數 1、2、3、4...，即第一節所謂在 0 右邊的正數，起點 0 的位置以原點 O 表示。現在將數線往左延伸，從 0 向左走一個單位長的距離，並在該位置記下 -1，向左再多走一個單位長的距離，在該處記下 -2，因為該處離開出發點是在左邊 2 個單位長的位置，往左依序記下 -1、-2、-3、-4、... 等數，它們即第一節所謂的負數。讓我們來看圖認識數線：



從數線上，可以用來比較數的大小，越往右邊的數值越大，
例如：5 大於 3(記作 $5 > 3$)、2 大於 -1、-2 大於 -4。



例題 1：先在數線上標示出 2、-6、0 三個數，並比較其數值的大小。

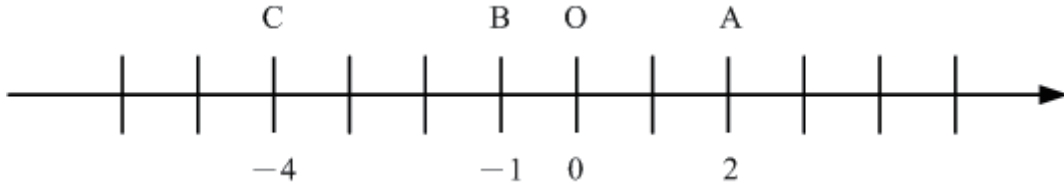


例題 2：先在數線上標示出 -1、8、5、-3 四個數，並比較其數值的大小。

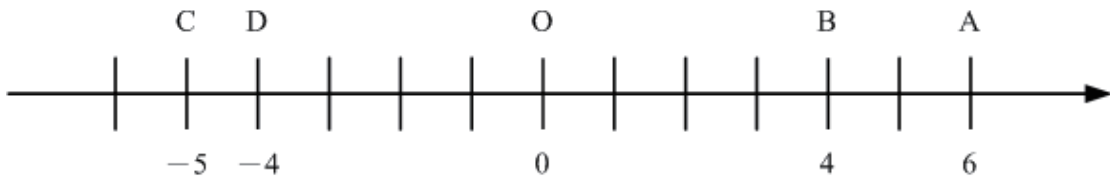
課堂練習：

若 A 點的位置在原點的右邊兩個單位，則此點以 A(2) 表示；0 的起點以 O 點標示。

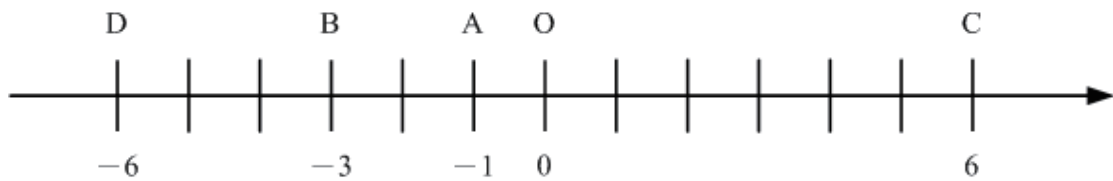
1. 請比較數線上 A(2)、B(-1)、C(-4)，三個點的數值大小。



2. 請比較數線上 A(6)、B(4)、C(-5)、D(-4) 四個點的數值大小。



3. 請比較數線上 A(-1)、B(-3)、C(6) 及 D(-6)，四個點的數值大小。

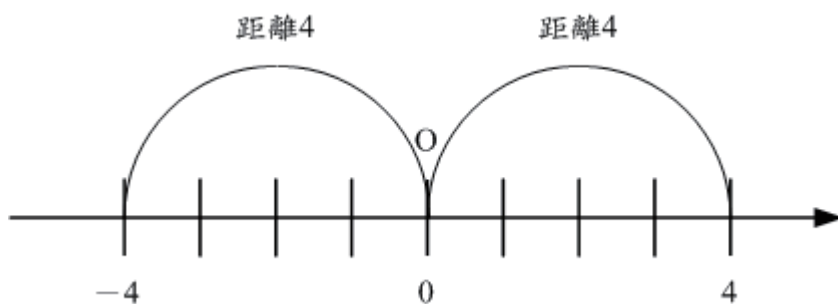


4. 請在數線上標示出 -3、-1、8 三個數的位置，並比較其數值的大小。

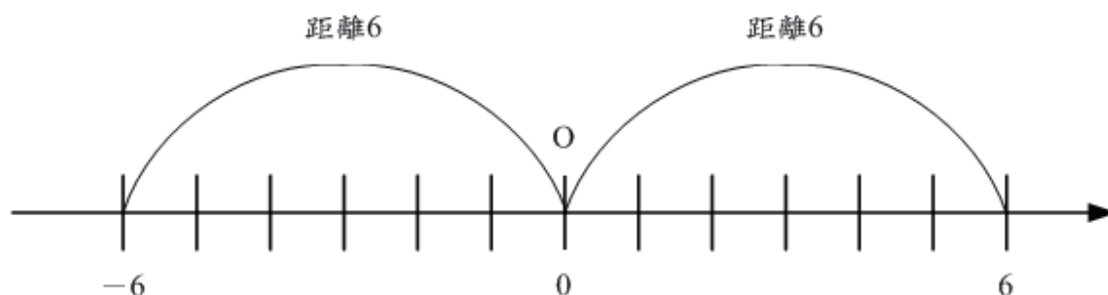
5. 請在數線上標示出 -2、4、-1、5 四個數的位置，並比較其數值的大小。

6. 請在數線上標示出 -6、3、7、-3、0 五個數的位置，並比較其數值的大小。

而數線上，4 和 -4 分別在原點的左右兩側，且與原點的距離相等，因此稱 4 和 -4 互為相反數。



例題 1：寫出 6 的相反數，並在數線上將它標示出來。



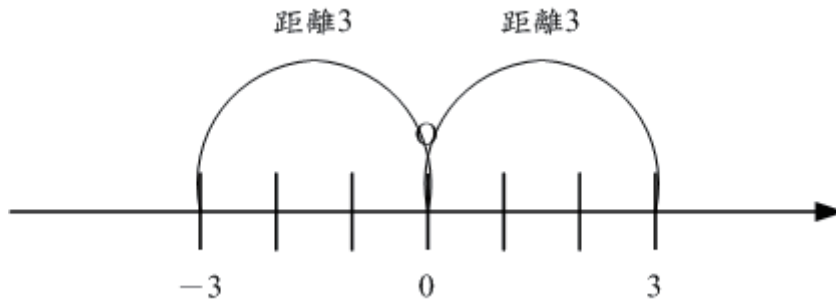
例題 2：寫出 -3 的相反數，並在數線上將它標示出來。

課堂練習：

1. 寫出 7 的相反數，並在數線上將它標示出來。
2. 寫出 -2 的相反數，並在數線上將它標示出來。
3. 寫出 11 的相反數，並在數線上將它標示出來。
4. 寫出 -9 的相反數，並在數線上將它標示出來。
5. 寫出 -15 的相反數，並在數線上將它標示出來。
6. 寫出 20 的相反數，並在數線上將它標示出來。

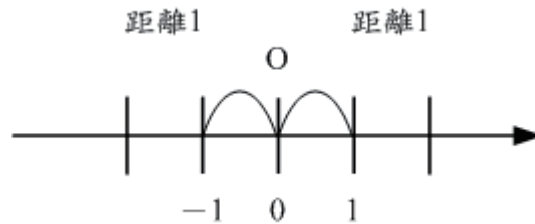
三、絕對值

在數線上，一個數 a 到原點的距離，稱為這個數 a 的絕對值，以符號 $|a|$ 來表示。例如：數線上，3 到原點的距離是「3 的絕對值」，以符號 $|3|$ 來表示。 -3 到原點的距離是「 -3 的絕對值」，以符號 $|-3|$ 來表示。因距離是正數或 0，故 $|0|=0$ ， $|3|=3$ ， $|-3|=3$ 。



例題 1：寫出 -1 的絕對值。

解： $|-1|=1$ ，它代表 -1 到原點的距離。



例題 2：寫出 7 的絕對值。

解： $|7|=7$ ，它代表 7 到原點的距離。

課堂練習：

1. 寫出 6 的絕對值。
2. 寫出 -2 的絕對值。
3. 寫出 -5 的絕對值。
4. 比較 4 和 -3 的絕對值大小。
5. 比較 -3 、 -1 、8 的絕對值大小。
6. 比較 -6 、3、7、 -3 的絕對值大小。

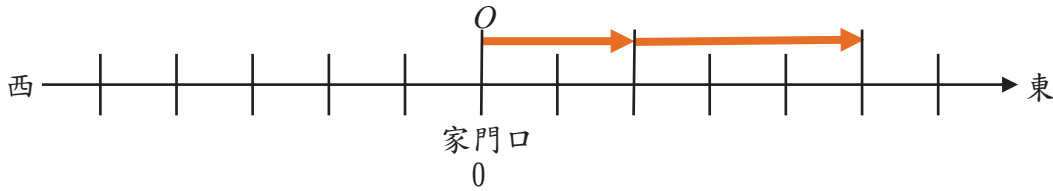
1-1 重點回顧

- 比 0 大的數是正數，比 0 小的數是負數。
- 數線的三要素為原點、單位長、正向(箭頭)，越往右邊的數值越大。
- a 的相反數是 $-a$ ， $-a$ 的相反數是 a ，所以 a 和 $-a$ 互為相反數。
- 在數線上，一個數 a 到原點的距離，稱為這個數 a 的絕對值，以符號 $|a|$ 來表示。

1-2 整數的加減

一、同號數相加

例題(一)：蝴蝶姐姐從家門口向東(向右)走2公里，可記作+2公里，再繼續向東走3公里，可記作+3公里，則蝴蝶姊姊相當於自家門口(原點O)向東共走了 $2+3=5$ 公里，記作+5公里，如下圖。



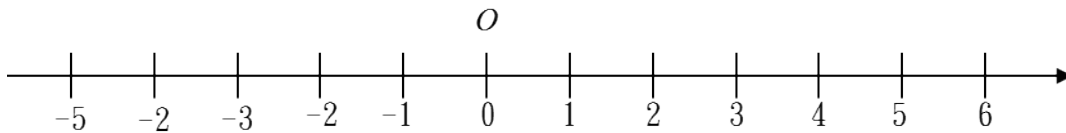
可用算式表示為 $(+2) + (+3) = +5$ ，
 ↑ ↑
 向東走 再 向東走

◇ 習慣上可將正號省略，記為 $2+3=5$ 。

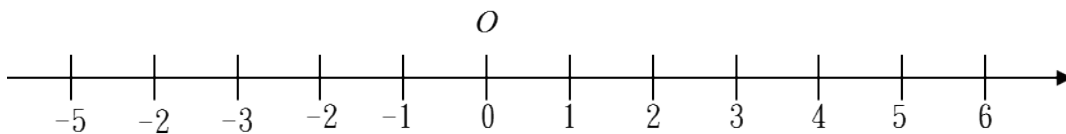
課堂練習一：請在數線上圖示下列各式的結果。

(一) 請在數線上表示 $3+2$ 的結果。

提示：可以看成：由原點往右走3步，再繼續往右走2步。



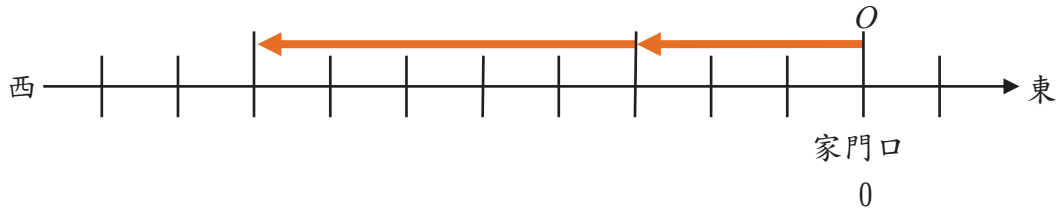
(一) 請在數線上表示 $1+5$ 的結果。



課堂練習二：請計算下列各值

1. $6+10=$ _____	2. $12+3=$ _____	3. $1+20=$ _____
4. $8+9=$ _____	5. $14+6=$ _____	6. $15+11=$ _____
7. $5+3=$ _____	8. $11+8=$ _____	9. $6+21=$ _____

例題(二)： 聖文自家門口向西（向左）走 3 公里，可記作 -3 公里，再繼續向西走 5 公里，可記作 -5 公里，則聖文相當於自家門口（原點 O ）向西共走了 $| -3 | + | -5 | = 8$ （公里），但因為是向西邊的方向走，故記作 -8 公里，如下圖。



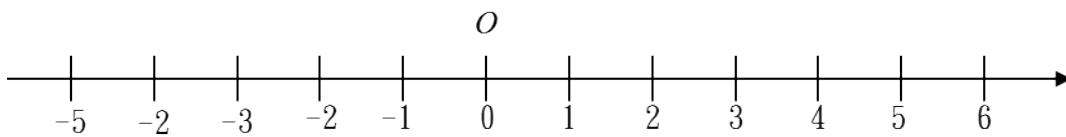
可用算式表示為 $(-3) + (-5) = -(3+5) = -8$

↑ ↑
向西走 再 向西走

課堂練習一：請在數線上圖示下列各式的結果。

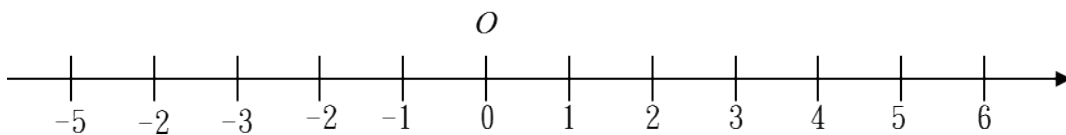
(二) 請在數線上表示 $(-3) + (-1)$ 的結果。

提示：可以看成：由原點往左走 3 步，再繼續往左走 1 步。



(一) 請在數線上表示 $(-1) + (-3)$ 的結果。

(二)



從上面的例子可以知道，兩同號數相加的和等於兩數的絕對值相加，並放上相同的性質符號。如果 a 、 b 為兩個正整數，則 $(-a) + (-b) = -(a+b)$ 。



小叮嚀

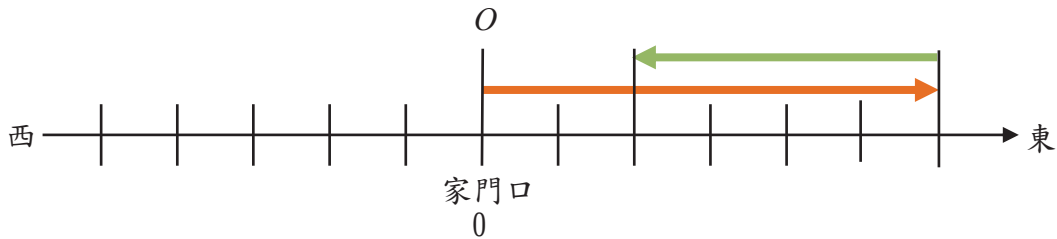
絕對值:在數線上，一個數 a 到原點的距離，稱為這個數 a 的絕對值，以符號 $|a|$ 來表示。

課堂練習二：

1. $(-6) + (-11) =$ _____	2. $(-8) + (-13) =$ _____
3. $(-21) + (-17) =$ _____	4. $(-16) + (-24) =$ _____
5. $(-18) + (-15) =$ _____	6. $(-23) + (-19) =$ _____
7. $(-22) + (-12) =$ _____	8. $(-45) + (-10) =$ _____
9. $(-19) + (-32) =$ _____	10. $(-42) + (-31) =$ _____

二、異號數相加

例題：朝揚自家門口向東(向右)走6公里，記作+6公里，再向西(向左)走4公里，記作-4公里，最後的位置相當於自家門口向東走了 $6-4=2$ (公里)，記作+2公里，如下圖。



可用算式表示為 $6 + (-4) = +(6-4) = +2$

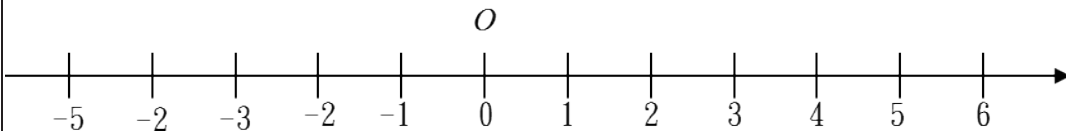
\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 向東走 再 向西走 向東走比較多，所以最後位置在起點的東邊。

◇ 最後答案是正數時，按習慣正號可以忽略或不寫。

課堂練習一：請在數線上圖示下列各式的結果。

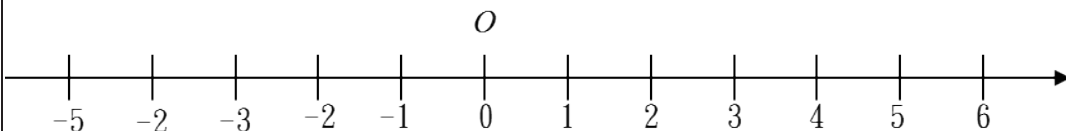
(一)請在數線上圖示 $6 + (-2)$ 的結果。

可以看成：由原點往右走6步，再往左走2步，最後位置在原點_____邊_____步的地方。



(二)在數線上圖示 $(-3) + 5$ 的結果。

可以看成：由原點往左走3步，再往右走5步，最後位置在原點_____邊_____步的地方。





上面例題可知：兩異號數相加的和等於較大的絕對值減去較小的絕對值，再冠上絕對值較大者的性質符號。

如果 $a、b$ 為兩個正整數，且 $a > b$ ，
則 $a + (-b) = a - b$ ，
 $(-a) + b = -(a - b)$ 。

課堂練習二：

1. $(-17) + 35 =$ _____	2. $34 + (-85) =$ _____
3. $16 + (-61) =$ _____	4. $(-18) + 33 =$ _____
5. $(-12) + 35 =$ _____	6. $5 + (-7) =$ _____
7. $(-18) + 10 =$ _____	8. $(-29) + 41 =$ _____
9. $21 + (-23) =$ _____	10. $56 + (-65) =$ _____

三、整數的加法性質

(一) 加法交換律

加法交換律~

例題一：

1. 向東邊(向右)走 9 公里，記作 +9 公里，再向西邊(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，最後的位置相當於自家門口的東邊(向右)6 公里。

$$\text{算式 1 : } 9 + (-3) = 6$$

2. 向西邊(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，再向東邊(向右)走 9 公里，記作 +9 公里，最後的位置相當於自家門口的東邊(向右)6 公里

$$\text{算式 2 : } (-3) + 9 = 6$$

⇒ 1、2 兩式計算的結果相等。

$$9 + (-3) = (-3) + 9$$

我們會發現雖然往東邊(向右)、往西邊(向左)的先後順序不同，但最後位置都是於自家門口的東邊(向右)6 公里。因此，當兩個數相加時，這兩個數可以調換順序。

例題二：請計算下列各式的值，並比較 1、2 兩式的結果是否相等。

1. $(-35) + (-21)$

2. $(-21) + (-35)$

解：

算式 1. $(-35) + (-21) = -(35 + 21) = -56$

算式 2. $(-21) + (-35) = -(21 + 35) = -56$

⇒ 1、2 兩式計算的結果相等。

加法交換律：

如果 a 、 b 為兩個整數，則 $a + b = b + a$ 。





在整數加法中，
 $7+0=0+7=7$ ， $(-5)+0=0+(-5)=(-5)$
 $7+(-7)=0$ ， $(-11)+11=0$

也就是說：

(1)對於任意整數 a 與 0 相加，結果還是原來的數，
即 $a+0=0+a=a$

(2)對於任意整數 a ，與其相反數的和為 0 ，
即 $a+(-a)=0$

課堂練習：請計算下列各式的值，並比較各小題中兩式的結果是否相等。

1. 算式一 $12+(-15)$	算式二 $(-15)+12$
2. 算式一 $12+(-10)$	算式二 $(-10)+12$
3. 算式一 $(-41)+22$	算式二 $22+(-41)$
4. 算式一 $(-17)+(-31)$	算式二 $(-31)+(-17)$
5. 算式一 $(-8)+(-6)$	算式二 $(-6)+(-8)$
6. 算式一 $10+(-31)$	算式二 $(-31)+10$

(二) 加法結合律

例題一：

1. 向東邊(向右)走 9 公里，記作 +9 公里，再向西(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，又再向西(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，最後的位置相當於自家門口的東(向右)3 公里。

方法一 先處理前兩步 $9+(-3)=6$
再加上最後一步 $6+(-3)=3$ ，即 $[9+(-3)]+(-3)=6+(-3)=3$ 。

2. 向西(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，再向西(向左)走 3 公里，記作 -3 公里，又再向東(向右)走 9 公里，記作 +9 公里，最後的位置相當於自家門口的東(向右)3 公里

方法二 先處理後兩步 $(-3)+(-3)=-6$
再加上最前一步 $(-6)+9=3$ ，即 $9+[(-3)+(-3)]=9+(-6)=3$

⇒方法一、方法二計算的結果皆相等。

我們會發現到雖然往東(向右)、往西(向左)、再往西(向左)先後順序不同，但最後位置都是於自家門口的東(向右)3 公里。因此，當三個整數連加時，不論此三數是正數、負數或 0，先算前面兩數或先算後面兩數，其三數的和仍然相等，即整數相加合乎加法結合律。

例題二：請計算下列各式的值，並比較 1、2 兩式的結果是否相等。

1. $[2+(-3)]+(-4)$ 2. $2+[(-3)+(-4)]$

解：

$$\begin{aligned}\text{算式 1. } [2+(-3)]+(-4) \\ &= (-1)+(-4) \\ &= -(1+4) = -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{算式 2. } 2+[(-3)+(-4)] \\ &= 2+(-7) \\ &= -(7-2) = -5\end{aligned}$$

⇒1、2 兩式計算的結果相等。

加法結合律：

三個整數連加時，不論此三數是正數、負數或 0，先算前面兩數或先算後面兩數，其三數的和仍然相等，即整數相加合乎加法結合律。

換句話說 a 、 b 、 c 為三個整數，則 $(a+b)+c=a+(b+c)$



課堂練習一：請計算下列各式的值，並比較各小題中兩式的結果是否相等。

1. (1) $[(-8)+(-9)] + 9$	(2) $(-8) + [(-9)+9]$
2. (1) $[8+(-10)] + 6$	(2) $8 + [(-10)+6]$
3. (1) $[4+(-7)] + 6$	(2) $4 + [(-7)+6]$
4. (1) $[(-10) + 5] + 1$	(2) $5 + [1 + (-10)]$
5. (1) $[7+(-10)] + (-4)$	(2) $7 + [(-10)+(-4)]$

四、整數的減法

減某數，就是加上該數的相反數！

$$a - b = a + (b \text{ 的相反數})$$

例題一：阿里山今天早上的氣溫是 2°C ，中午氣溫是 10°C 。

溫度的變化量是「最後溫度－原來溫度」，所以早上到中午氣溫的變化是升高 8°C ，可記為

$$10 - 2 = 8$$

因為 2 的相反數為 (-2)

$$\text{所以 } 10 + (-2) = 8$$

例題二：玉山今日早晨的氣溫為 -2°C ，中午的氣溫為 4°C 。

中午的氣溫比早晨的氣溫高 6°C ，可記為

$$4 - (-2) = 6$$

因為 (-2) 的相反數為 2

$$\text{所以 } 4 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

課堂練習一：

1. $6 - (-5)$ = _____ + _____ = _____	2. $8 - (-8)$ = _____ + _____ = _____
3. $7 - (-3)$ = _____ + _____ = _____	4. $1 - (-1)$ = _____ + _____ = _____
5. $11 - (-9)$ = _____	6. $100 - (-1)$ = _____

例題三：阿里山某日中午的氣溫為 4°C ，下午的氣溫為 -2°C 。

下午的氣溫比中午的氣溫低 6°C ，可記為

$$(-2) - 4 = (-2) + (-4)$$

$$\boxed{\text{而從加法計算可知 } (-2) + (-4) = -6}$$

$$\text{所以 } (-2) - 4 = (-2) + (-4) = -6。$$

課堂練習二：

1. $(-3) - 5$ = _____ + _____ = _____	2. $(-3) - 3$ = _____ + _____ = _____
3. $(-2) - 21$ = _____	4. $(-33) - 2$ = _____
5. $(-8) - 6$ = _____	6. $(-34) - 65$ = _____

例題四：玉山某日早晨的氣溫為 -6°C ，中午的氣溫為 -2°C 。

中午的氣溫比早晨的氣溫高 4°C ，可記為

$$(-2) - (-6) = (-2) + 6$$



$$\boxed{\text{而從加法計算可知 } (-2) + 6 = 4}$$



$$\text{所以 } (-2) - (-6) = (-2) + 6 = 4。$$






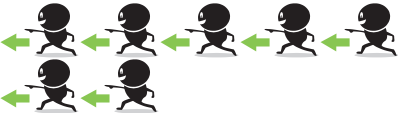
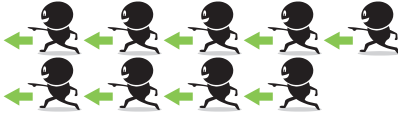


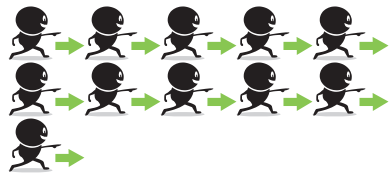




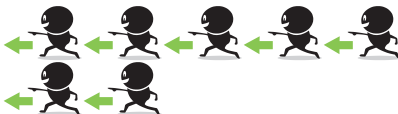



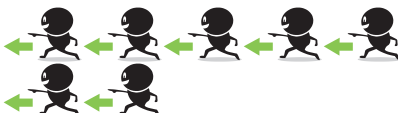
課堂練習三：

1. $(-5) - (-3)$ = _____ + _____ = _____	2. $(-1) - (-8)$ = _____ + _____ = _____
3. $(-9) - (-9)$ = _____	4. $(-1) - (-10)$ = _____
5. $(-33) - (-41)$ = _____	6. $(-11) - (-33)$ = _____

課堂練習四：

下列各題以  代表 +1 與  代表 -1 ，

(一個  和一個  是可以互相抵消，變成 0)，請做計算：

<p>1. $-1+5=$ _____</p>  	<p>2. $-4+(-3)=$ _____</p>  
<p>3. $5-7=$ _____</p>  	<p>4. $-9+1=$ _____</p>  
<p>5. $-4+11=$ _____</p>  	<p>6. $-5+4=$ _____</p>  
<p>7. $-1+1=$ _____</p>  	<p>8. $0-7=$ _____</p> 
<p>9. $-2+1=$ _____</p>  	<p>8. $2-7=$ _____</p>  

課堂練習三：請計算下列題目

1. $(-54) + 38 =$	2. $24 - 38 =$	3. $(-5) + 38 =$
4. $(-54) - 34 =$	5. $33 - 38 =$	6. $(-33) - 30 =$
7. $(-3) + 8 =$	8. $(-11) - 8 =$	9. $(-7) - 6 =$
10. $45 + 5 =$	11. $(-20) + 30 =$	12. $35 - 64 =$
13. $(-30) + 11 =$	14. $52 - 36 =$	15. $78 - 90 =$
16. $67 - (-3) =$	17. $-50 - (-10) =$	18. $33 + (-13) =$

減某數，就是加上該數的相反數！

$$a - b = a + (b \text{ 的相反數})$$



五、整數的加減綜合運算

例題一：計算下列各式的值：

1. $(-2) - 8 + 4$

2. $(-5) - 2 - 9$

解：

$$\begin{aligned} 1. \quad & (-2) - 8 + 4 \\ & = (-2) + (-8) + 4 \\ & = (-10) + 4 \\ & = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & (-5) - 2 - 9 \\ & = (-5) + (-2) + (-9) \\ & = -(5+2+9) = -16 \end{aligned}$$

課堂練習一：計算下列各式的值

1. $25 - (-7) - 6 =$	2. $(-35) + 11 - 19 =$
3. $18 - (-2) - 9 =$	4. $(-21) + 30 - 11 =$
5. $-99 - (-1) + (-6) =$	6. $50 + (-18) - (-34) =$
7. $[37 - (-29)] + [33 - (-51)] =$	
8. $[87 - (-55)] + [13 - (-45)] =$	

六、數線上兩點之間的距離

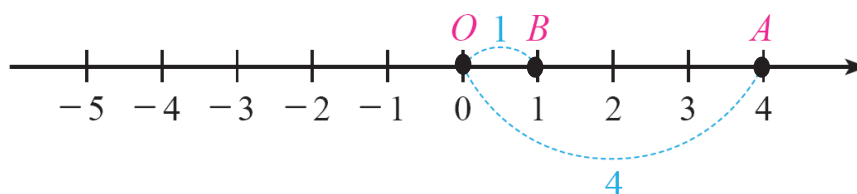
小叮嚀：

絕對值：

1. 代表一個數到原點 O 的距離。
2. 兩個數之間的距離也可以用絕對值表示。
3. 距離一定是正的或是 0 。數線中，距離的算法是兩個數相減的絕對值。
4. 絕對值的符號為 $| \quad |$ 。

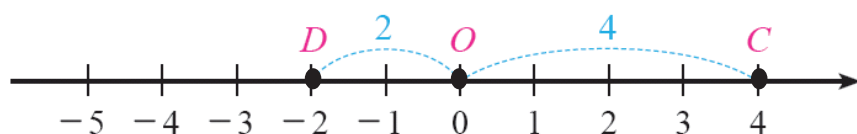


例題一：



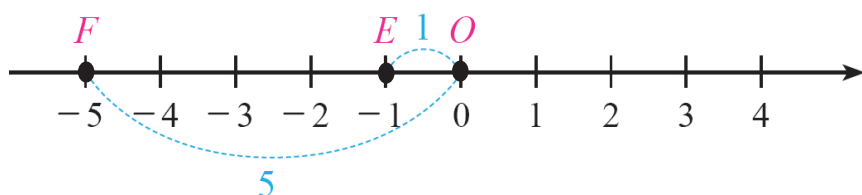
上圖中 A 到 B 之間的線段，我們讀作「線段 AB 」，可記為 \overline{AB} ，從上圖可以看出 A 、 B 兩點間的距離為 $4 - 1 = 3$ 。如果以 A 點到原點的距離（較大的數）減去 B 點到原點的距離（較小的數），可得 $4 - 1 = 3$ ，所得的結果恰為 A 、 B 兩點間的距離 \overline{AB} 。

例題二：



從上圖中，我們可以看出 C 、 D 兩點間的距離 $\overline{CD} = 4 + 2 = 6$ 。如果我們以 C 點到原點的距離（較大的數）減去 D 點到原點的距離（較小的數），可得 $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$ ，所得的結果也恰為 C 、 D 兩點間的距離 \overline{CD} 。

例題三：



從上圖中可以看出 E 、 F 兩點間的距離 $\overline{EF} = 5 - 1 = 4$ 。如果以 E 點到原點的距離（較大的數）減去 F 點到原點的距離（較小的數），可得 $(-1) - (-5) = (-1) + 5 = 4$ ，所得的結果也恰為 E 、 F 兩點間的距離 \overline{EF} 。

☆因此我們知道，數線上任意兩點，只要以較大的數減去較小的數，就可以求出該兩點間的距離。

例題四：數線上 $A(-5)$ 、 $B(-2)$ 、 $C(6)$ 三點，求 1. \overline{AB} 、2. \overline{BC} 。

解：

1. 因為 A 、 B 兩點中， $-2 > -5$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \overline{AB} &= (-2) - (-5) \\ &= (-2) + 5 = 3 \end{aligned}$$

2. 因為 B 、 C 兩點中， $6 > -2$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \overline{BC} &= 6 - (-2) \\ &= 6 + 2 = 8 \end{aligned}$$

事實上，數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點間的距離，無論用較大的數減較小的數，或較小的數減較大的數，其絕對值都是兩點間的距離，即

$$|a-b| = |b-a| = \text{較大的數減較小的數 的值}$$

因此， $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點間的距離可記作

$$\overline{AB} = |a-b| \text{ 或 } |b-a|。$$



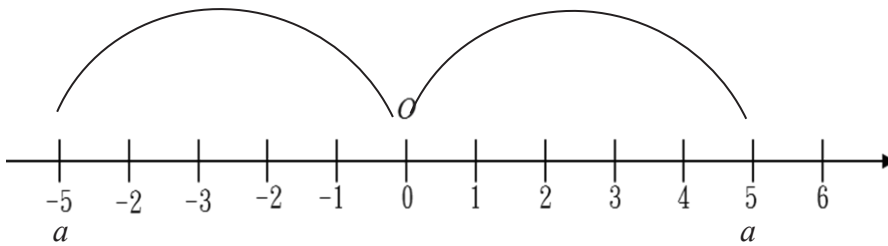
課堂練習一：請求出數線上兩點的距離

1. 數線上 -3 與 -1 之間的距離為?	2. 數線上 9 與 -10 之間的距離為?
3. 數線上 -45 與 -3 之間的距離為?	4. 數線上 -6 與 -13 之間的距離為?
5. 數線上 7 與 -10 之間的距離為?	6. 數線上 0 與 -10 之間的距離為?
7. 數線上 6 與 -10 之間的距離為?	8. 數線上 -8 與 -11 之間的距離為?
9. 數線上 -15 與 -1 之間的距離為?	10. 數線上 10 與 7 之間的距離為?

絕對值：

1. 代表一個數到原點 O 的距離。
2. 兩個數之間的距離也可以用絕對值表示。
3. 數線中，距離的算法是兩個數相減的絕對值。
4. 無論是正數、負數或 0 皆可以求其絕對值。
5. 某數與它的相反數的絕對值相同，即 $|a| = |-a|$

例題：某數以 a 代表，已知 $|a| = 5$ ，表示 a 到原點的距離是 5 ，那麼未知數 a 可能是 5 或 -5 。



例題五： $|a-1| = 5$ ，表示 $|a-1|$ 到原點的距離是 5 ，那麼未知數 a 為何？

解：

那麼 $a-1$ 可能是 5 或 -5 。

狀況一： $a-1=5$

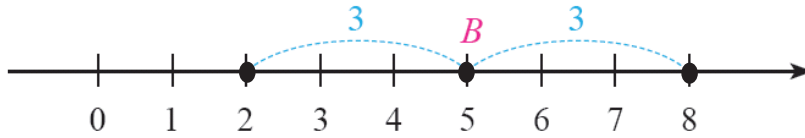
$$a=6$$

狀況二： $a-1=-5$

$$a=-4$$

例題六：數線上 A 、 B 兩點，其中 B 點坐標為 5，且 $\overline{AB}=3$ ，試求 A 點的坐標。

解一：利用數線直接觀察



因為 $\overline{AB}=3$ ，即表示數線上 A 點與 B 點的距離是 3

$$5+3=8$$

$$5-3=2$$

故 A 點的坐標為 8 或 2。

解二：利用兩點距離計算公式及絕對值的定義

因為 $\overline{AB}=3$ ，我們將 A 點的坐標假設為 a ，則

$$|a-5|=3$$

所以 $a-5=3$

或 $a-5=-3$

$$a-5=3 \Rightarrow a=3+5=8$$

$$\text{或 } a-5=-3 \Rightarrow a=-3+5=2$$

所以 A 點的坐標為 8 或 2

： A 點的坐標為 8 或 2

課堂練習一：

<p>1. 數線上 A、B 兩點，其中 A 點坐標為 2，$\overline{AB}=4$，試求 B 點的坐標。</p>	<p>2. 數線上 C、D 兩點，其中 C 點坐標為 7，$\overline{CD}=3$，試求 D 點的坐標。</p>
<p>3. 如果 $a-5 =8$，則 $a = ?$</p>	<p>4. 如果 $b-5 =8$，則 $b = ?$</p>

課堂練習二：

5. 數線上 A 、 B 兩點，其中 A 點坐標為 2， $\overline{AB}=9$ ，試求 B 點的坐標。	6. 數線上 C 、 D 兩點，其中 C 點坐標為 7， $\overline{CD}=4$ ，試求 D 點的坐標。
7. 數線上 A 、 B 兩點，其中 B 點坐標為 0， $\overline{AB}=11$ ，試求 A 點的坐標。	8. 如果 $ b-1 =8$ ，則 $b=?$
9. 如果 $ b+5 =7$ ，則 $b=?$	10. 如果 $ c+9 =3$ ，則 $c=?$
11. 如果 $ a =3$ ，則 $a=?$	12. 如果 $ b+5 =0$ ，則 $b=?$
9. 如果 $ a-4 =15$ ，則 $a=?$	10. 如果 $ a-(-2) =9$ ，則 $a=?$

1-2 重點回顧：

(一)同號數相加

兩同號數相加的和等於兩數的絕對值相加，並放上相同的性質符號。

如果 a 、 b 為兩個正整數，則 $(-a) + (-b) = -(a+b)$ 。

(二)異號數相加

兩異號數相加的和等於較大的絕對值減去較小的絕對值，再冠上絕對值

較大者的性質符號。如果 a 、 b 為兩個正整數，且 $a > b$ ，則 $a + (-b) = a - b$ ，

$$(-a) + b = -(a - b)。$$

(三)整數加法性質

1. 加法交換率

如果 a 、 b 為兩個整數，則 $a + b = b + a$ 。

(1) 對於任意整數 a 與 0 相加，結果還是原來的數，

$$\text{即 } a + 0 = 0 + a = a$$

(2) 對於任意整數 a ，與其相反數的和為 0 ，

$$\text{即 } a + (-a) = 0$$

2. 加法結合率

三個整數連加時，不論此三數是正數、負數或 0 ，

先算前面兩數或先算

後面兩數，其三數的和仍然相等，

即整數相加合乎加法結合律。

換句話說 a 、 b 、 c 為三個整數，

$$\text{則 } (a + b) + c = a + (b + c)$$

(四)整數的減法

減某數，就是加上該數的相反數。 $a - b = a + (b \text{ 的相反數})$

(五)數線上兩點間的距離

1. 數線上任意兩點，只要以坐標大的數減去坐標小的數，

就可以求出該兩點間的距離。

2. 數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點間的距離，無論用較大的數

減較小的數，或較小的數減較大的數，其絕對值都是兩點間的距離，即

$$|a - b| = |b - a| = \text{較大的數減較小的數 的值}$$

因此， $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點間的距離可記作

$$\overline{AB} = |a - b| \text{ 或 } |b - a|。$$

1-3 整數的乘除與四則運算

一、整數的乘法

在 1-1 正負數與絕對值的單元裡，我們學會了在一個基準點（原點）的相對兩邊，像是氣溫（零度以上的溫度和零度以下）、收入（賺錢與賠錢）（賺錢與花錢）、成績（進步與退步）、高度（上升與下降、海平面以上與海平面以下）、方向（東與西、右與左等等）...等，是相對的概念，我們可以用「+」與「-」來表示。

1-2 中，我們學習了把這些概念用在整數的加減法上。接下來先熟悉以下的口訣，然後再舉幾個例子來說明如何把這些口訣應用在整數的乘除法上，可能算得比較快。



口訣：

	人	報	事
正正得正 $(+)(+) \rightarrow (+)$	好人	得好報	是好事
正負得負 $(+)(-) \rightarrow (-)$	好人	得壞報	是壞事
負正得負 $(-)(+) \rightarrow (-)$	壞人	得好報	是壞事
負負得正 $(-)(-) \rightarrow (+)$	壞人	得壞報	是好事
任一整數 $\times 0 = 0$			

以下我們統一以錢和日期為例，來說明如何把這些口訣用在整數的乘法上。

我們預設：收入（如果賺錢為「正」，那麼花錢就是「負」）

日期（如果以今天凌晨0點為基準點，那麼今天之後為「正」，
那麼今天之前就是「負」）

一、整數的乘法

- 正整數乘以正整數，乘積為正整數，數值部分是原來兩數絕對值相乘
- 符號：正正得正 $(+)(+) \rightarrow (+)$

例題一：媽媽答應小宇，只要他每天幫忙倒垃圾，每次可以獲得零用錢50元，那麼2天小宇可以獲得多少元？



倒垃圾一天可以獲得50元 \Rightarrow 記作 $(+50)$ 元
2天 \Rightarrow 記作 $(+2)$ 天

$$\Rightarrow (+50) \times (+2) = 100 \text{ 元}$$

課堂練習一：

1. 媽媽答應小慶，只要他每天幫忙掃地，每次可以獲得零用錢30元，那麼5天小慶可以獲得多少元？



一天可以獲得30元 \Rightarrow 記作_____元
5天 \Rightarrow 記作_____天

$$\Rightarrow \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 元}$$

2. 阿華打工，每小時可以賺90元，那麼3小時可以賺多少錢？

從以上練習，我們可以知道

正數 \times 正數 = 正數

3. 請算算看

(1) $5 \times 8 =$

(2) $16 \times 2 =$

(3) $71 \times 4 =$

(4) $9 \times 22 =$

(5) $5 \times 60 =$

(6) $12 \times 3 =$

- 正整數乘以負整數，乘積為負整數，數值部分是原來兩數絕對值相乘
- 符號：正負得負 $(+)(-) \rightarrow (-)$

例題二：媽媽答應小宇，只要他每天幫忙倒垃圾，每次可以獲得零用錢 50 元，那麼小宇偷懶兩天沒做，則少獲得多少元？



倒垃圾一天可以獲得 50 元 \Rightarrow 記作 $(+50)$ 元
 偷懶 2 天 \Rightarrow 記作 (-2) 天
 $\Rightarrow (+50) \times (-2) = -100$ 元
 意思即是，偷懶 2 天小宇少獲得了 100 元。

課堂練習一：

1. 媽媽答應小慶，只要他每天幫忙掃地，每次可以獲得零用錢 30 元，那麼小慶偷懶 5 天沒做，則少獲得多少元？



一天可以獲得 30 元 \Rightarrow 記作 _____ 元
 偷懶 5 天 \Rightarrow 記作 _____ 天
 \Rightarrow _____ \times _____ = _____ 元

從以上練習，我們可以知道

正數 \times 負數 = 負數

2. 請算算看

(1) $5 \times (-4) =$

(2) $16 \times (-2) =$

(3) $7 \times (-5) =$

(4) $6 \times (-6) =$

(5) $15 \times (-10) =$

(6) $9 \times (-7) =$

- 負整數乘以正整數，乘積為負整數，數值部分是原來兩數絕對值相乘
- 符號：負正得負 $(-)(+) \rightarrow (-)$

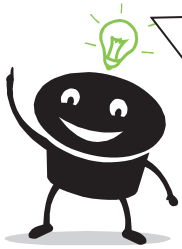
例題三：小宇每天早上買早餐都會花掉 50 元，那麼 2 天後小宇共花掉多少元？



買早餐花掉 50 元 \Rightarrow 記作 (-50) 元
 2 天後 \Rightarrow 記作 $(+2)$ 天
 $\Rightarrow (-50) \times (+2) = -100$ 元
 負號在這裡的意思即是花掉，2 天後小宇共花掉 100 元。

課堂練習一：

1. 承上面的例題，小宇 5 天共要花多少錢買早餐？



一天早餐花掉 50 元 \Rightarrow 記作 _____ 元
 5 天 \Rightarrow 記作 _____ 天
 \Rightarrow _____ \times _____ = _____ 元
 負號在這裡的意思即是花掉，小宇 5 天共要花掉
 _____ 元買早餐。

2. 小光每天下午買一杯咖啡都會花掉 55 元，
 那麼一週後小光共花掉多少元？

從以上練習，我們可以知道

負數 \times 正數 = 負數

3. 請算算看

(1) $(-9) \times 27 =$

(2) $(-4) \times 3 =$

(3) $(-4) \times 13 =$

(4) $(-11) \times 5 =$

(5) $(-6) \times 21 =$

(6) $(-17) \times 7 =$

- 負整數乘以負整數，乘積為正整數，數值部分是原來兩數絕對值相乘
- 符號：負負得正 $(-)(-) \rightarrow (+)$

例題四：小宇每天早上買早餐都會花掉 50 元，那麼小宇有兩天偷懶不出門買早餐，請問他偷懶的兩天少花多少元？<<也就表示他存到多少錢？>>



買早餐花掉 50 元 \Rightarrow 記作 (-50) 元
 有 2 天 偷懶不出門買早餐 \Rightarrow 記作 (-2) 天
 $\Rightarrow (-50) \times (-2) = +100$ 元
 意思即是，小宇有兩天偷懶不出門買早餐，那麼他少花 100 元<<也就表示他存到 100 元>>

課堂練習一：

1. 小宇每天早上買早餐都會花掉 50 元，那麼小宇有一週偷懶不出門買早餐，請問他偷懶的一週少花多少元？<<也表示他存到多少錢？>>



買早餐花掉 50 元 \Rightarrow 記作 () 元
 有一週 偷懶不出門買早餐
 一週 是 () 天 \Rightarrow 記作 () 天
 \Rightarrow () \times () = () 元意思即是，小宇
 一週偷懶不出門買早餐，那麼他少花 () 元
 <<也表示他存到 () 元>>

2. 小蔣每天晚上買一個便當都會花掉 70 元，那麼小蔣有兩週偷懶不出門買晚餐，請問他偷懶的兩週少花多少元？<<也就表示他存到多少錢？>>

從以上練習，我們可以知道

負數 \times 負數 = 正數

3. 請算算看：

(1) $(-9) \times (-7) =$

(2) $(-21) \times (-7) =$

(3) $(-14) \times (-8) =$

(4) $(-6) \times (-11) =$

(5) $(-3) \times (-18) =$

(6) $(-3) \times (-24) =$



0 與任何整數的乘積都是 0。

例如： $0 \times 3 = 0$ ， $0 \times (-9) = 0$ 。

在整數的計算中，1 與任何整數的乘積都等於這個整數本身，而 -1 與任何整數的乘積都等於這個整數的相反數。

例如： $(-1) \times 7 = -(1 \times 7) = -7$ ，

$(-1) \times (-8) = +(1 \times 8) = 8$ 。

課堂練習一：

(1) $15 \times 0 =$

(2) $(-68) \times 0 =$

(3) $(-7) \times 0 =$

(4) $0 \times (-7) =$

(5) $0 \times (-36) =$

(6) $21 \times 0 =$

學生練習一：

(1) $15 \times 1 =$

(2) $(-68) \times (-1) =$

(3) $(-7) \times 1 =$

(4) $(-1) \times (-7) =$

(5) $(-1) \times (-36) =$

(6) $21 \times (-1) =$



要記住喔！

口訣：

	人	報	事	
正正得正	(+)	(+)	→ (+)	好人得好報 是好事
正負得負	(+)	(-)	→ (-)	好人得壞報 是壞事
負正得負	(-)	(+)	→ (-)	壞人得好報 是壞事
負負得正	(-)	(-)	→ (+)	壞人得壞報 是好事
任一整數	$\times 0 = 0$			

課堂練習二：

1. $85 \times (-4) =$	2. $(-8) \times 0 =$
3. $3 \times 23 =$	4. $(-91) \times (-9) =$
5. $(-15) \times (-1) =$	6. $19 \times (-72) =$
7. $(-4) \times 81 =$	8. $(-52) \times (-3) =$
9. $(-7) \times (-7) =$	10. $1 \times (-8) =$
11. $43 \times (-1) =$	12. $0 \times (-29) =$
13. $(-5) \times 3 =$	14. $50 \times 8 =$
15. $(-6) \times (-59) =$	16. $(-5) \times (-37) =$
16. $(-36) \times 6 =$	18. $0 \times (-56) =$
19. $(-33) \times (-4) =$	20. $(-10) \times (-60) =$

二、整數的乘法性質

(一) 乘法交換律

例題：

1. 2×3 與 3×2 ，試算看看，結果是不是一樣呢？
2. $(-5) \times 6$ 與 $6 \times (-5)$ ，試算看看，結果是不是一樣呢？

課堂練習一：請選出正確的選項

- () 1. $(-3) \times 7$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) 3×7 (B) $(-3) \times (-7)$ (C) $7 \times (-3)$
- () 2. $39 \times (-7)$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) $(-7) \times 39$ (B) $(-39) \times (-7)$ (C) 7×39
- () 3. $(-6) \times (-7)$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) $(-7) \times 6$ (B) $(-7) \times (-6)$ (C) $(-6) \times 7$
- () 4. $(-5) \times (-9) \times 3$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) $(-3) \times 9 \times 5$ (B) $(-9) \times (-3) \times (-5)$ (C) $(-5) \times 3 \times (-9)$
- () 5. $9 \times (-8) \times 7$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) $(-9) \times 8 \times (-7)$ (B) $8 \times (-7) \times (-9)$ (C) $7 \times 9 \times (-8)$
- () 6. $(-5) \times (-9) \times (-3)$ 的答案與下列何者是一樣的？
(A) $(-3) \times (-5) \times (-9)$ (B) $5 \times (-9) \times (-3)$ (C) $(-5) \times (-9) \times 3$



1. 提醒你，一個算式裡，有括號的要先算喔！
2. 同時有小括號()、中括號[]，大括號{ }存在的時候，要先算小括號，再算中括號，最後算大括號！

(二) 乘法結合律

例題：

1. $(2 \times 3) \times 5$ 與 $2 \times (3 \times 5)$ ，試試看，結果是不是一樣呢？
2. $[(-2) \times 6] \times 5$ 與 $(-2) \times [6 \times 5]$ ，試試看，結果是不是一樣呢？
3. 想想看，你要怎麼算 $(-5) \times (-9) \times (-3) \times 2$ 這個式子，會比較好算？
4. 試試看，請計算 $(-3) \times (-9) \times (-5) \times (-2)$ 。
5. 試試看，請計算 $[(3 \times 9) \times (-3)] \times 2$ 。

乘法符合『交換律』和『結合律』，所以幾個數連續乘的時候，任哪兩個數先算都可以喔！

課堂練習：

1. 計算下列各式的乘積：

(1) $(-4) \times (-9) \times (-5) \times (-2)$ 。

(2) $(-3) \times (-9) \times (-5) \times (-2) \times (-4)$ 。

(3) $8 \times (-3) \times (-5) \times (-10) \times (-4)$ 。

2. 請勾選下列各式的結果，是正數或是負數（不需算出答案）。

(1) $(-45) \times (-98) \times (-5) \times (-12)$ 。

正數 負數

(2) $(-13) \times (-29) \times (-35) \times (-42) \times (-54)$ 。

正數 負數

(3) $18 \times (-23) \times (-95) \times (-70) \times (-64)$ 。

正數 負數

(4) $(-32) \times 18 \times (-35) \times (-10) \times (-44)$ 。

正數 負數

(5) $28 \times (-33) \times (-45) \times (-50) \times 64$ 。

正數 負數

(三) 分配律

例題一： $5 \times (2 + 3)$ 要如何運算？

方法一：

$$5 \times (2 + 3) = 5 \times 5 = 25$$

方法二：

$$\begin{aligned} 5 \times (2 + 3) &= 5 \times 2 + 5 \times 3 \\ &= 10 + 15 \\ &= 25 \end{aligned}$$

同樣的，在 $5 \times 2 + 5 \times 3$ 中，因為都有 5 這個數，我們也可以把 5 提出來，變成

$$\begin{aligned} 5 \times 2 + 5 \times 3 &= 5 \times (2 + 3) \\ &= 5 \times 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

課堂練習：請利用『分配律』，計算下列各式的乘積：

(1) $83 \times (-5) + 17 \times (-5)$

(2) $7 \times (-155) - 17 \times (-155)$

(3) $(-5) \times 37 + (-5) \times 63$

(4) $(-147) \times 62 + (-147) \times 38$

(5) $(-39) \times 45 + (-39) \times 55$

例題二： 利用分配律，計算 $102 \times (-195)$ 的值。

方式一：

$$\begin{aligned} & 102 \times (-195) \\ & \begin{array}{c} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ = (100 + 2) \times (-195) \\ = 100 \times (-195) + 2 \times (-195) \\ = (-19500) + (-390) \\ = -19890 \end{array} \end{aligned}$$

方式二：

$$\begin{aligned} & 102 \times (-195) \\ & \begin{array}{c} \textcircled{2} \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ = 102 \times (5 - 200) \\ = 102 \times (5) - 102 \times (200) \\ = (510) - (20400) \\ = -19890 \end{array} \end{aligned}$$

課堂練習： 請利用『分配律』，計算下列各式的乘積：

- (1) $102 \times (-185)$
- (2) $(-199) \times 40$
- (3) $(-103) \times (-129)$
- (4) $198 \times (-199)$
- (5) $105 \times (-24)$

三、整數的除法

我們學過整數的乘法，而整數的除法也是有類似的規律。觀察看看「 $18 \div 6$ 的結果」，和「 $18 \times \frac{1}{6}$ 的結果」，都是相同為 3；「 $21 \div 3$ 的結果」，和「 $21 \times \frac{1}{3}$ 的結果」，都是相同為 7，可以觀察到「某數除以該數等於某數乘上該數的倒數」的規律。故當作整數的除數計算時，除數不為 0 時，含有負整數的除法也可以使用乘法來推算。



◇ 口訣：

正正得正 $(+) \div (+) \rightarrow (+)$

正負得負 $(+) \div (-) \rightarrow (-)$

負正得負 $(-) \div (+) \rightarrow (-)$

負負得正 $(-) \div (-) \rightarrow (+)$

$0 \div$ 任一非零的整數 $= 0$

◇ 某數除以該數等於某數乘上該數的倒數

$$\square \div A = \square \times \frac{1}{A}$$

課堂練習：請計算下列各式的值

1. $18 \div 3 =$

2. $18 \div (-3) =$

3. $(-18) \div 3 =$

4. $(-18) \div (-3) =$

學生練習一：請計算下列各式的值

1. $54 \div 3 =$

2. $63 \div (-7) =$

3. $(-77) \div 7 =$

4. $(-121) \div (-11) =$

學生練習二：請計算下列各式的值

1. $10 \div 2 =$

2. $225 \div (-15) =$

3. $(-169) \div 13 =$

4. $(-102) \div (-2) =$

5. $72 \div 6 =$

6. $0 \div 199 =$

7. $(-119) \div 7 =$

8. $(-256) \div (-32) =$

9. $91 \div 13 =$

10. $0 \div (-3) =$

四、整數的四則運算

貼心的叮嚀：



- 一個算式中，若混合 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 運算時，要『先乘除後加減』，有括號的時候，要先作括號內的運算。
- 式子中，同時有乘除時，依序由左開始向右運算。

課堂練習一：請計算下列各式的值

$$\begin{aligned} \text{一、} \quad & (-9) \times 12 \div (-6) \\ & = (-108) \div (-6) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{二、} \quad & 72 \div (-6) \times 5 \\ & = (-12) \times 5 \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{三、} \quad & 7 + (-3) \times 4 \\ & = 7 + (-12) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{四、} \quad & 3 - 30 \div (-5) \\ & = 3 - (-6) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{五、} \quad & 24 \div |-3| + 5 \\ & = \underline{\hspace{2cm}} + 5 \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{六、} \quad & (-5) \times 3 - [(-2) \times 8 + 4] \\ & = \underline{\hspace{2cm}} - [\underline{\hspace{2cm}} + 4] \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{七、} \quad & 8 \times (-1) - [(-2) \times 7 + 4] \\ & = \underline{\hspace{2cm}} - [\underline{\hspace{2cm}} + 4] \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

課堂練習二：請計算下列各式的值

1. $[(-12) + 5] \times (-4)$

2. $45 \div [(-12) + 7]$

3. $[(-7) + (-12)] \times [(-2) + 7]$

4. $[8 + (-35)] \div [(-2) + 5]$

5. $(-7) \div | [(-12) + 5] |$

6. $| (-6) - 4 | \times [16 \times (-2) - 8 \div (-4)]$

7. $| 3 \times (3 - 10) | \div (-7)$

8. $25 \div [28 \div 4 - (-3) \times 2]$

8. $|-35| \div (-5) + (-9)$

9. $51 - [21 \div (9 - 2)]$

1-3 重點回顧:

(一) 整數的乘法

	人	報	事
正正得正 $(+)(+) \rightarrow (+)$	好人	得好報	是好事
正負得負 $(+)(-) \rightarrow (-)$	好人	得壞報	是壞事
負正得負 $(-)(+) \rightarrow (-)$	壞人	得好報	是壞事
負負得正 $(-)(-) \rightarrow (+)$	壞人	得壞報	是好事
任一整數 $\times 0 = 0$			

乘法符合『交換律』和『結合律』，所以幾個數連續乘的時候，任哪兩個數先算都可以。

(二) 整數的除法

正正得正 $(+) \div (+) \rightarrow (+)$
正負得負 $(+) \div (-) \rightarrow (-)$
負正得負 $(-) \div (+) \rightarrow (-)$
負負得正 $(-) \div (-) \rightarrow (+)$
$0 \div$ 任一非零的整數 $=0$

(三) 同時有小括號 ()、中括號 []，大括號 { } 存在的時候，要先算

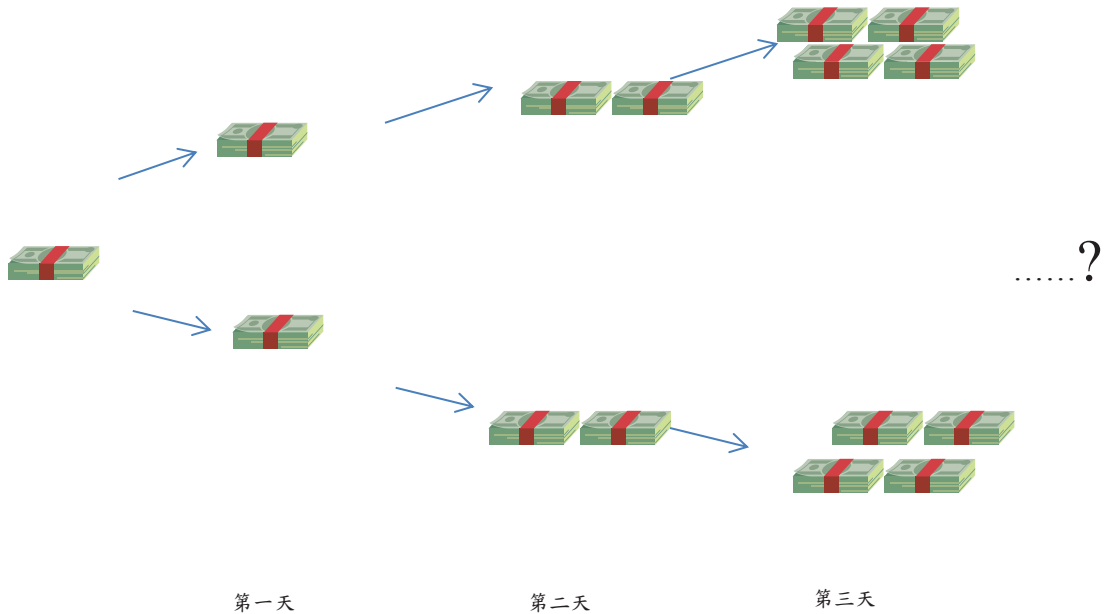
小括號，再算中括號，最後計算大括號

(四) 式子中，同時有乘除時，依序由左開始向右運算。

1-4 指數律

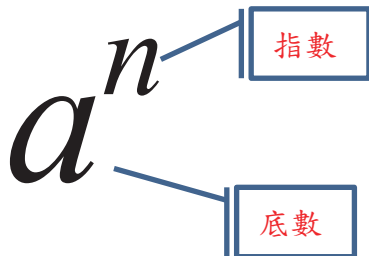
一、指數

聚寶盆裡面裝了一疊鈔票，第 1 天後**倍增**為 2 疊；第 2 天後又分別**倍增**為 2 疊，總共**倍增**為 $2 \times 2 = 4$ 疊；第 3 天後又分別**倍增**為 2 疊，總共**倍增**為 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 疊。照這樣的**倍增**方式繼續下去，第 10 天後，總共會有多少疊鈔票呢？



$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ = 1024 \text{ (疊)}$$

為了讀寫的方便，我們將連續 10 個 2 相乘簡記成 2^{10} ，讀做「二的十次方」。在數學上，當同一個數 a 連乘 n 次時，我們可簡記成 a^n ，讀做「 a 的 n 次方」，其中 a 為底數， n 為指數。



例題 1：指數為偶數的乘方計算

1. $4 \times 4 \times 4$ ，我們讀作「四的_____次方」。
2. $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ ，我們讀作「六的_____次方」。
3. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ ，我們讀作「_____」。

例題 2：指數為奇數的乘方計算

1. $(-2) \times (-2) \times (-2)$ ，我們讀作「(-2)的_____次方」。
2. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ，我們讀作「_____」。
3. $(-6) \times (-6) \times (-6)$ ，我們讀作「_____」。

課堂練習：計算下列各式的值

1. 3^2
2. $(-6)^2$
3. -4^4
4. 5^5
5. $(-7)^3$
6. -5^3

例題 3：含乘方的四則計算

※ 提醒

1. 記得先處理次方，再處理乘除，然後處理加減。
2. 同時有小括號 ()、中括號 []，大括號 { } 存在的時候，要先算小括號，再算中括號，最後計算大括號。

1. $[-(-3)^2 + 3] \div 6$

解：

$$\begin{aligned} [-(-3)^2 + 3] \div 6 &= [-9 + 3] \div 6 \\ &= [-6] \div 6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

2. $10 - 2^3 \times [5 - (-4) \times 2]$

解：

※ 我們可以發現：

偶數個負數相乘，其積為正數；奇數個負數相乘，其積為負數。

二、指數律



若 a 、 b 為任意二數， m 、 n 為任意兩個正整數，則：

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \text{ 不為 } 0)$$

$$3. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$4. (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

例題 1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

1. $5^3 \times 5^2 = 5^{\square}$ ， $\square =$ _____

解： $\square = 3 + 2 = 5$

2. $(-2)^3 \times (-2)^2 = (-2)^{\square}$ ， $\square =$ _____

解：

例題 2. $a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \text{ 不為 } 0)$

1. $5^3 \div 5^2 = 5^{\square}$ ， $\square =$ _____

解： $\square = 3 - 2 = 1$

2. $(-5)^3 \div (-5)^2 = (-5)^{\square}$ ， $\square =$ _____

解：

例 3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$

1. $(5^3)^2 = 5^{\square}$ ， $\square =$ _____

解： $(5^3)^2 = (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) = 5^6$

$\square = 3 \times 2 = 6$

2. $(2^4)^2 = 2^{\square}$ ， $\square =$ _____

解：

例題 4. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

1. $(5 \times 2)^2 =$ _____

解： $(5 \times 2)^2 = 5^2 \times 2^2$

2. $(7 \times 12)^3 =$ _____

解：

課堂練習：

1. $5^3 \times 5^5 = 5^{\square}$, $\square =$	2. $5^{10} \times 5^4 = 5^{\square}$, $\square =$
3. $(-3)^5 \times (-3)^4 = (-3)^{\square}$, $\square =$	4. $(-7)^2 \times (-7)^0 = (-7)^{\square}$, $\square =$
5. $8^8 \div 8^3 = 8^{\square}$, $\square =$	6. $8^4 \div 8^9 = 8^{\square}$, $\square =$
7. $(-8)^{11} \div (-8)^7 = (-8)^{\square}$, $\square =$	8. $(-6)^6 \div (-6)^5 = (-6)^{\square}$, $\square =$
9. $(9^6)^2 = 9^{\square}$, $\square =$	10. $(12^{10})^3 = 12^{\square}$, $\square =$
11. $[(-7)^3]^2 = (-7)^{\square}$, $\square =$	12. $(7 \times 12)^3 =$
13. $[(-2) \times 9]^3 =$	14. $[(-2) \times (-3)]^2 =$

三、指數為 0 (零次方) 或負整數

以 10 為例

$$\begin{array}{l} 10^4=10000 \\ 10^3=1000 \\ 10^2=100 \\ 10^1=10 \\ 10^0=1 \\ 10^{-1}=\underline{\hspace{2cm}} \\ 10^{-2}=\underline{\hspace{2cm}} \end{array} \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \\ \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \\ \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \\ \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \\ \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \\ \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \frac{1}{10} \text{ 倍} \end{array}$$

請想看看，你認為

10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} 會是多少？答案是？

由於上述例子的底數 10，可以改為其他非零的數，因此可知：

若 a 是不為 0 的數，則 $a^0=1$ ；例如： $7^0=1$

當 a 是不為 0 的數， n 為正整數時， $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ 。例如： $5^{-3}=\frac{1}{5^3}$

課堂練習：試求以下各式的值

1. $3^0=\underline{\hspace{2cm}}$

2. $21^0=\underline{\hspace{2cm}}$

3. $2^0=\underline{\hspace{2cm}}$

4. $11^0=\underline{\hspace{2cm}}$

5. $(-3)^0=\underline{\hspace{2cm}}$

6. $-(-5)^0=\underline{\hspace{2cm}}$

7. $(\frac{1}{2})^0=\underline{\hspace{2cm}}$

8. $(-\frac{1}{2})^0=\underline{\hspace{2cm}}$

9. $(-2.5)^0=\underline{\hspace{2cm}}$

10. $(-3.1)^0=\underline{\hspace{2cm}}$

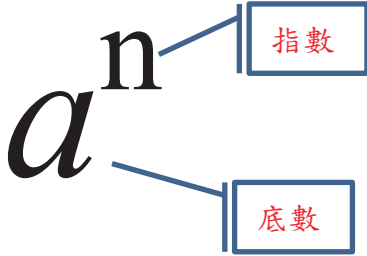
11. $(-1\frac{5}{6})^0=\underline{\hspace{2cm}}$

12. $(\frac{9}{2})^0=\underline{\hspace{2cm}}$

1-4 重點回顧

1. 乘方的意義

- 一個數 a 連乘 n 次時，我們可簡記成 a^n ，讀做「 a 的 n 次方」，其中 a 為底數， n 為指數。



- 若 a 是不為 0 的數，則 $a^0=1$ 。
- 當 a 是不為 0 的數， n 為正整數時， $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 。
- 1 的任意次方都是 1。
- 0^0 是沒有意義的表示方式。

2. 指數律

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (a 不為 0)
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

1-5 科學記號

一、次方與位值

我們可以將 10 的次方與國小所學過的位名結合如下表：

位值	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ = 0.1	$\frac{1}{100}$ = 0.01	$\frac{1}{1000}$ = 0.001
以 10 的次方表示	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

我們可以發現

<p>10 可以寫成 10^{\square}，100 可以寫成 10^{\square}，1000 可以寫成 10^{\square} 10000 可以寫成 10^{\square}，100000 可以寫成 10^{\square}，1000000 可以寫成 10^{\square}</p>
<p>$\frac{1}{10} = 0.1$ 可以寫成 10^{\square}，$\frac{1}{100} = 0.01$ 可以寫成 10^{\square}， $\frac{1}{1000} = 0.001$ 可以寫成 10^{\square}，$\frac{1}{10000} = 0.0001$ 可以寫成 10^{\square}， $\frac{1}{100000} = 0.00001$ 可以寫成 10^{\square}，$\frac{1}{1000000} = 0.000001$ 可以寫成 10^{\square}</p>

9876 可以用

$$9 \times 1000 + 8 \times 100 + 7 \times 10 + 6 = 9 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 6 \text{ 來表示。}$$

解：

9	8	7	6
↑	↑	↑	↑
千	百	十	個
位	位	位	位
數	數	數	數

課堂練習：

- 321 可以用 $\underline{\quad} \times 10^2 + \underline{\quad} \times 10^1 + \underline{\quad}$ 來表示。
- 5321 可以用 $\underline{\quad} \times 10^3 + \underline{\quad} \times 10^2 + \underline{\quad} \times 10^1 + \underline{\quad}$ 來表示。
- 43329 可以用 $4 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 2 \times \underline{\quad} + 9$ 來表示。
- 9301738 可以用 $9 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 0 \times \underline{\quad} + 1 \times \underline{\quad} + 7 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 8$ 來表示。
- 5.321 可以用 $5 \times 10^{\square} + 3 \times 10^{\square} + 2 \times 10^{\square} + 1 \times 10^{\square}$ 來表示。

二、科學記號

我們會利用較簡單清楚的表達方式，來表示一些日常生活中不常見的超級大或是非常小的數字，像是地球的質量約有 6300000000000000000000 公噸，我們會以 6.3×10^{21} 公噸來表示。

我們習慣以科學記號「 $a \times 10^n$ 」來表示一個數。其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數。

例題 1：人類 DNA 大小約為 0.0000000075 公尺，我們可以用 7.5×10^{-8} 公尺來表示。

課堂練習：

1. 台灣是一個南北狹長的島嶼，島上最遠的距離約 400 公里。以科學記號可表示為_____公尺。

2. 請以科學記號表示下列各數：

(1) 5000000

(2) 97000000

(3) 377000000

(4) 0.000002

(5) 0.0000000078

(6) $\frac{23}{1000000}$

三、利用科學記號比較數字的大小

比較下列各小題中兩數的大小關係

1. 5.8×10^8 與 7.51×10^7

解： 5.8×10^8
 $= 5.8 \times 10 \times 10^7$ \rightarrow 先把 10^8 轉換成 10×10^7 再做比較
 $= 58 \times 10^7$
因為 $58 \times 10^7 > 7.51 \times 10^7$
所以 $5.8 \times 10^8 > 7.51 \times 10^7$

2. 6.9×10^{-5} 與 4.7×10^{-3}

解： 6.9×10^{-5}
 $= 6.9 \times (0.1)^5$
 $= 6.9 \times (0.1)^2 \times (0.1)^3$ \rightarrow $10^{-5} = \left(\frac{1}{10}\right)^5 = (0.1)^5$
 $= 6.9 \times 0.01 \times 10^{-3}$ 先把 10^{-5} 轉換成 0.01×10^{-3} 再做比較
 $= 0.069 \times 10^{-3}$
因為 $4.7 \times 10^{-3} > 0.069 \times 10^{-3}$
所以 $4.7 \times 10^{-3} > 6.9 \times 10^{-5}$

課堂練習：

1. 比較下列各小題中兩數的大小關係(請填入 $>$ 、 $=$ 、 $<$)：

(1) 1.56×10^{-4} _____ 6.813×10^{-4}

(2) 5.13×10^5 _____ 0.82×10^6

(3) 2.45×10^{-4} _____ 21×10^{-4}

2. 將下列五個數，由小到大排列出來。

(A) 6.5×10^{-3} (B) 7.3×10^{-5} (C) 3.0×10^{-5} (D) 9.1×10^{-7} (E) 8.7×10^{-8}

解：_____

四、科學記號的運算

(一) 科學記號的乘除

計算下列各式的值，並以科學記號表示其結果。

例題 1 : $(6 \times 10^5) \times (4 \times 10^3)$

$$\begin{aligned} \text{解 : } & (6 \times 10^5) \times (4 \times 10^3) \\ & = 6 \times 10^5 \times 4 \times 10^3 \\ & = 6 \times 4 \times 10^5 \times 10^3 \\ & = 24 \times 10^8 \\ & = (2.4 \times 10) \times 10^8 \\ & = 2.4 \times 10^9 \end{aligned}$$

例題 2 : $(6 \times 10^5) \div (4 \times 10^3)$

$$\begin{aligned} \text{解 : } & (6 \times 10^5) \div (4 \times 10^3) \\ & = \frac{6 \times 10^5}{4 \times 10^3} \\ & = \frac{6}{4} \times \frac{10^5}{10^3} \\ & = \frac{3}{2} \times 10^{5-3} \\ & = 1.5 \times 10^2 \end{aligned}$$

課堂練習：

計算下列各式的值，並以科學記號表示其結果。

(1) $(6 \times 10^6) \times (2.1 \times 10^2)$

(2) $(2 \times 10^6) \div (4 \times 10^2)$

(3) $(4 \times 10^7) \times (9 \times 10^{12})$

(4) $(8 \times 10^9) \div (5 \times 10^2)$

(5) $(5 \times 10^6) \times (4 \times 10^{-2})$

(6) $(3 \times 10^8) \div (6 \times 10^2)$

(二) 化為科學記號

例題 1：請將 $\frac{1}{2 \times 10^5}$ 化為科學記號的形式。

$$\text{解：} \frac{1}{2 \times 10^5}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{10^5}$$

$$= 0.5 \times 10^{-5}$$

$$= 0.5 \times 10 \times 10^{-5}$$

$$= 0.5 \times 10^{-6}$$

例題 2：請將 $\frac{5}{8 \times 10^9}$ 化為科學記號的形式。

解：

課堂練習：

1. 請將 $\frac{3}{4 \times 10^3}$ 化為科學記號的形式。

2. 請將 $\frac{3}{6 \times 10^{12}}$ 化為科學記號的形式。

3. 請將 $\frac{2}{5 \times 10^5}$ 化為科學記號的形式。

4. 請將 $\frac{3}{6 \times 10^{12}}$ 化為科學記號的形式。

5. 請將 $\frac{3}{3 \times 10^{10}}$ 化為科學記號的形式。

6. 請將 $\frac{2}{2 \times 6^{12}}$ 化為科學記號的形式。

(三) 科學記號的加減

計算下列各式的值，並以科學記號表示其結果。

例題 1： $6.3 \times 10^{-9} + 3.2 \times 10^{-9}$

$$\begin{aligned} \text{解：} & 6.3 \times 10^{-9} + 3.2 \times 10^{-9} \\ & = (6.3 + 3.2) \times 10^{-9} \\ & = 9.5 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

例題 2： $8.1 \times 10^6 - 2.3 \times 10^5$

$$\begin{aligned} \text{解：} & 8.1 \times 10^6 - 2.3 \times 10^5 \\ & = 81 \times 10^5 - 2.3 \times 10^5 \\ & = (81 - 2.3) \times 10^5 \\ & = 78.7 \times 10^5 \\ & = 7.87 \times 10^6 \end{aligned}$$

課堂練習：

計算下列各式的值，並以科學記號表示其結果。

(1) $0.3 \times 10^6 + 9.1 \times 10^5$

(2) $2.5 \times 10^7 - 9.7 \times 10^6$

(3) $1.7 \times 10^3 + 61 \times 10^2$

(4) $4.8 \times 10^3 - 5.1 \times 10^2$

(5) $6.2 \times 10^5 + 4.7 \times 10^5$

(6) $1.3 \times 10^8 - 5.2 \times 10^7$

五、科學記號的應用

在物理學或天文學上，科學記號常用來記錄一些很大或很小的正數。

例如：地球的質量約為 5.9742×10^{24} 公斤；光在一年內直線行進的距離，稱為 1 光年，大約等於 9.46×10^{12} 公里。

除了科學記號外，也會以更適當的單位來表示較大或較小的量。

例如：表示重量的公噸(*t*)與毫克(*mg*)等，或是表示長度的微米(μm)與奈米(*nm*)，或是，表示記憶體容量的 *KB* (*kilobyte*)、*MB* (*megabyte*)、*GB* (*gigabyte*) 與 *TB* (*terabyte*)，這些都是常見的單位。

以下舉幾個生活中常用的單為為例：

重量單位

$$1 \text{ 公斤 (kg)} = 1000 \text{ 公克} = 10^3 \text{ 公克}$$

$$1 \text{ 公克 (g)} = 0.001 \text{ 公斤} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 公斤}$$

$$1 \text{ 公噸 (t)} = 1000 \text{ 公斤} = 1000000 \text{ 公克} = 10^6 \text{ 公克}$$

$$1 \text{ 公克 (g)} = 0.001 \text{ 公斤} = 0.000001 \text{ 公噸} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 公噸}$$

$$1 \text{ 毫克 (mg)} = 0.001 \text{ 公克} = 10^{-3} \text{ 公克}$$

$$1 \text{ 公克 (g)} = 1000 \text{ 毫克} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 毫克}$$

長度單位

$$1 \text{ 公里 (km)} = 1000 \text{ 公尺 (m)} = 10^3 \text{ 公尺}$$

$$1 \text{ 公分 (cm)} = 0.01 \text{ 公尺} = 10^{-2} \text{ 公尺}$$

$$1 \text{ 毫米 (mm)} = 0.001 \text{ 公尺} = 10^{-3} \text{ 公尺}$$

$$1 \text{ 微米 } (\mu\text{m}) = 0.000001 \text{ 公尺} = 10^{-6} \text{ 公尺}$$

$$1 \text{ 奈米 (nm)} = 0.000000001 \text{ 公尺} = 10^{-9} \text{ 公尺}$$

電腦計量單位

$$1 \text{ KB} = 2^{10} \text{ bytes} = 1024 \text{ bytes} \quad \text{約等於 } 10^3 \text{ bytes}$$

$$1 \text{ MB} = 2^{10} \text{ KB} = 1024 \text{ KB} \quad \text{約等於 } 10^3 \text{ KB}$$

$$1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB} = 1024 \text{ MB} \quad \text{約等於 } 10^3 \text{ MB}$$

$$1 \text{ TB} = 2^{10} \text{ GB} = 1024 \text{ GB} \quad \text{約等於 } 10^6 \text{ MB (想想看，這是為什麼?)}$$

1-5 重點回顧

- 科學記號表示法
一個正數用科學記號以「 $a \times 10^n$ 」來表示。其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數。
- 科學記號比較大小
當兩數用科學記號表示成 $A = a \times 10^m$ 、 $B = b \times 10^n$ ， m 、 n 為整數，
其中 $1 \leq a < 10$ 、 $1 \leq b < 10$
則(1)若 $m > n$ ，則 $A > B$
(2)若 $m = n$ 且 $a > b$ ，則 $A > B$
- 科學記號的乘除運算
若 $A = a \times 10^m$ 、 $B = b \times 10^n$ ，均為科學記號的表示法，則：
(1) $A \times B = (a \times b) \times (10^m \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n}$
(2) $A \div B = \frac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = \frac{a}{b} \times 10^{m-n}$
- 科學記號的加減運算
進行科學記號的加減運算時，先將科學記號的指數部分化為相同，
再利用乘法分配律進行運算。

新北市身心障礙課程簡化教材使用說明書

國中數學

單元名稱	<p>七上 第2章 數的運算</p> <p>2-1 因數與倍數</p> <p>2-2 分數的加減</p> <p>2-3 分數的乘除與四則運算</p>
編/作者 (學校/姓名)	<p>文山國中 陳靜淑老師</p> <p>新泰國中 陳方盈老師</p>
設計理念	<p>本教材依據「認知與學習功能輕微缺損」學生學習特性及需求，依照減量、簡化、分解原則，並採用大量生活實例來說明，期望將數學概念與生活經歷相結合。</p> <p>每一單元編制有「重要概念說明」、「老師講解」、「課堂練習」及「重點回顧」，老師可依照學生能力及學習目標修正並彈性使用。</p>
適用對象	國中階段—認知學習功能輕微缺損之學生
能力指標	<p>7-n-01能理解質數的意義，並認識100以內的質數。</p> <p>7-n-01-1 能解釋質數的正因數性質，只有1 和自己本身。</p> <p>7-n-01-2 能列舉出1 到20 的質數。</p> <p>7-n-01-3 能列舉出20 到50 的質數。</p> <p>7-n-02能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。</p> <p>7-n-02-1 能辨識出倍數與因數。</p> <p>7-n-02-2 能辨識出數字的因數中屬於質數的數，為該數的質因數。</p> <p>7-n-02-3 能區辨出公因數為兩數的共同因數。</p> <p>7-n-02-4 能區辨出公倍數為兩數的共同倍數。</p> <p>7-n-02-5 能解釋兩數互質時，兩數的最大公因數為1。</p> <p>7-n-02-6 能熟練地使用短除法計算出數字的質因數。</p> <p>7-n-03 能以最大公因數、最小公倍數熟練約分、擴分、最簡分數及分數加減的計算。</p> <p>7-n-03-1 能熟練地使用質因數約分分子與分母。</p> <p>7-n-03-2 能辨識出分數的分子與分母沒有共同的質因數時為最簡分數。</p> <p>7-n-03-3 能熟練地使用公倍數擴分分數的分子與分母。</p> <p>7-n-03-4 能熟練地將兩分數的分母通分為最小公倍數。</p> <p>7-n-03-5 能辨識出相同分母的分數可以相加減。</p> <p>7-n-03-6 能熟練分數的加、減法規則。</p> <p>7-n-06能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。</p> <p>7-n-06-2 能熟練負數的加、減法運算規則。</p>

	<p>7-n-06-3 能熟練負數的乘、除法運算規則。</p> <p>7-n-06-4 能熟練負數的四則混合運算規則。</p> <p>7-n-07 能熟練數的運算</p> <p>7-n-07-1 能熟練計算數的四則運算規則。</p>
<p>單元內容</p>	<p>本單元共分成三大部分，分別是</p> <p>2-1 因數與倍數：</p> <p>(1) 整除</p> <p>(2) 因數</p> <p>(3) 倍數</p> <p>2-2 分數的加減：</p> <p>(1) 等值分數</p> <p>(2) 正負分數的加法</p> <p>(3) 正負分數的減法</p> <p>2-3 分數的乘除與四則運算：</p> <p>(1) 分數乘法：分數 \times 整數</p> <p>(2) 分數乘法：分數 \times 分數</p> <p>(3) 分數除法：倒數觀念</p> <p>(4) 分數的除法：分數 \div 整數</p> <p>(5) 分數除法：分數 \div 分數</p> <p>(6) 分數的四則運算</p>
<p>教學建議</p>	<p>1. 教學節數：建議 20 節。</p> <p>2. 教學提醒：在分數的加減部分，需留意學生對於通分規則是否熟練；在分數的乘法部分，需留意學生是否在運算過程中會先將分母、分子約分，約完再作乘法，以減輕計算乘法時的負擔；分數除法的部分，則需留意學生是否瞭解倒數的意義，並在運算過程中，學會除以一個數，就是乘以這個數的倒數；分數四則運算部分，則需特別留意先乘除，後加減，以及式子中若有括號時，括號內需先計算，或去括號後再計算。</p> <p>3. 教學方法：(在實際教學時，可運用下列方法和策略，以增進學生學習成效)</p> <p>(1) 記憶口訣：</p> <p>透過簡單好記的短句，讓學生很容易地記住運算的步驟。並藉由大量的例題重複應用各種運算的步驟，加深學生對計算要領的印象。</p> <p>(2) 直接教學法：</p> <p>直接教學法是一種由教師直接將教學目標清楚陳述後，將教材畫分為許多小部分但卻相關聯的學習內容，透過訂正性的回饋與練習，以達到精熟學習的教學法。在課堂設計中，強調多單元活動設計，可將一堂課分為三個部分(10-15 分鐘)，可含複習、新教及加強練習等不同的學習內容。如此教材的組織型態，有助學生按部就班地完成每一項教學的步驟，並配合及時的訂</p>

正與回饋，進而讓初學的學生快速掌握課程重點。

(3)工作分析法：

工作分析法是將整體的行為有次序的分析，以便於學習者的學習。使用在數學運算中，具體的做法就是將運算的步驟細分為數個獨立的因素，讓學生能輕易的完成各分解動作後，串連完成整個數學题目的運算。由此對學習者而言，可藉由明確的線索及提示幫助學習；對教學者而言，亦可以充分觀察學習者的學習是哪一個步驟出了問題，故一切行為皆可直接觀察。

(4)問答法：

除了讓學生有實際運算的機會外，亦藉由問答法的方式，增加學生主動參與課程的機會，如此，可以增加課程的互動性，且有助教學效能的提升。

(5)遊戲融入教學：

以遊戲的方式進行教學，一方面增進學生對教學內容的精熟程度，另一面促進學生學習動機與班級氣氛。

4. 教具編製：

(1)由具體到抽象：

分數本為較抽象的數學形式，故教學時以學生生活中常見的分數入手，藉由教具披薩、蛋糕模型表示分數「部分—整體」的概念，漸以圓形圖卡、長條形圖卡表示分數「部分—整體」的概念，最後期望學生能看見分數即能聯想「部分—整體」的概念。

(2)視覺提示：

利用字條呈現解題口訣，解題過程中不斷呈現於黑板上，讓學生將口訣與計算方式結合，並加以運用。

(3)實作練習：

以標有十等份的透明杯子練習並感受日常用語「五分滿」「八分滿」的意思，之後逐漸退除視覺提示。

(4)遊戲融入教學：

學生第一次接觸「倒數」這個數學名詞，為了使學生自動化聯想各數的倒數，故設計「倒數撲克牌」系列遊戲，教學生玩「抽鬼牌」與「翻翻樂」的遊戲，過程中需不斷將互為倒數的兩數配對，過度練習的結果，學生能快速反應某數的倒數為何，進行分數的除法運算時更為順利。

分數九宮格為「分數的運算」單元的總結性活動，遊戲中學生能綜合練習分數加減乘除的運算技巧，並發揮同儕合作學習的力量，互相討論、解題。

5. 教具實作：(可參考使用的自製教具，參見「教具照片集」)

(1) 披薩、蛋糕模型。(可切成各種等分)

(2) 圓形等份圖卡、長條形等份圖卡。

(3) 標有 10 等份的透明杯子—表示五分滿、八分滿。

(4) 倒數撲克牌。

(5) 分數九宮格。

<p>教學心得及省思</p>	<p>1. 設計優點：</p> <p>(1) 運用各種教學法、教學策略，以提升學生學習動機與成效。例如：記憶口訣、直接教學法、工作分析法、問答法、遊戲融入教學、由具體到抽象，以及實作練習。</p> <p>(2) 設計各種生動實用的教具輔助教學，例如：披薩、蛋糕模型。圓形等份圖卡、長條形等份圖卡、標有 10 等份的透明杯子—表示五分滿、八分滿、倒數撲克牌，以及分數九宮格。提供學生視覺與操作練習的機會，進而類化到實際生活的情境的運用，讓學生可以活用數學。</p> <p>2. 教學心得與省思：</p> <p>本單元曾實際運用在輕度智能障礙與學習障礙學生的教學上，公因數、公倍數與分數，看似抽象的內容，透過各種教學策略、有趣的教具，學生大多能逐步學會概念與運算，並連結到日常生活的應用。身障學生普遍都有專注力較短，學習動機較低落的問題，因此 45 分鐘的課堂中，運用各種教學策略和活動，將教學分成數個小段落，學生再每一個小段落就很容易維持學習興趣與專注。</p>
<p>教學資源</p>	<p>數學課本、自製教具。</p>
<p>參考資料</p>	<p>國民教育階段特殊教育課程大綱。 國民中小學九年一貫課程綱要。 資源班教師數學科自編教材。 翰林版七上課本</p>

教具照片集



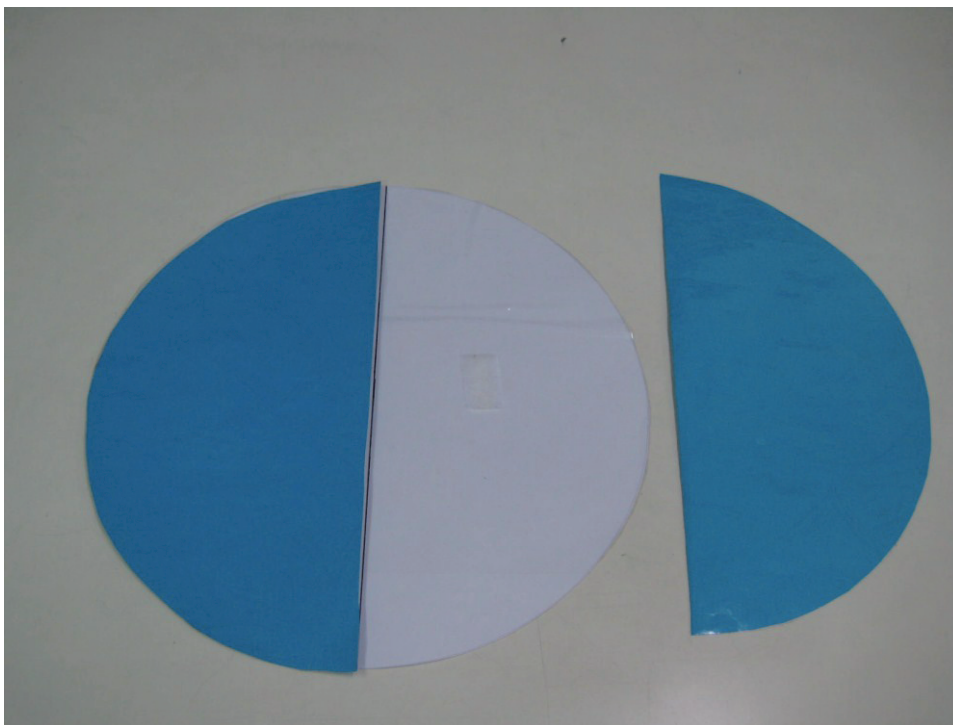
四等份披薩模型



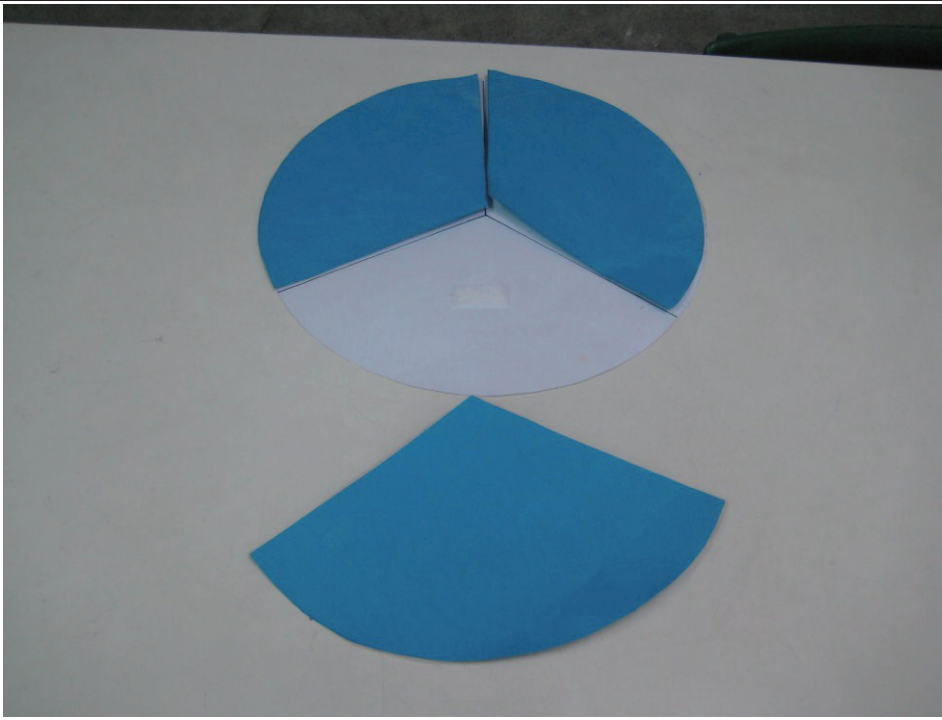
八等份蛋糕模型



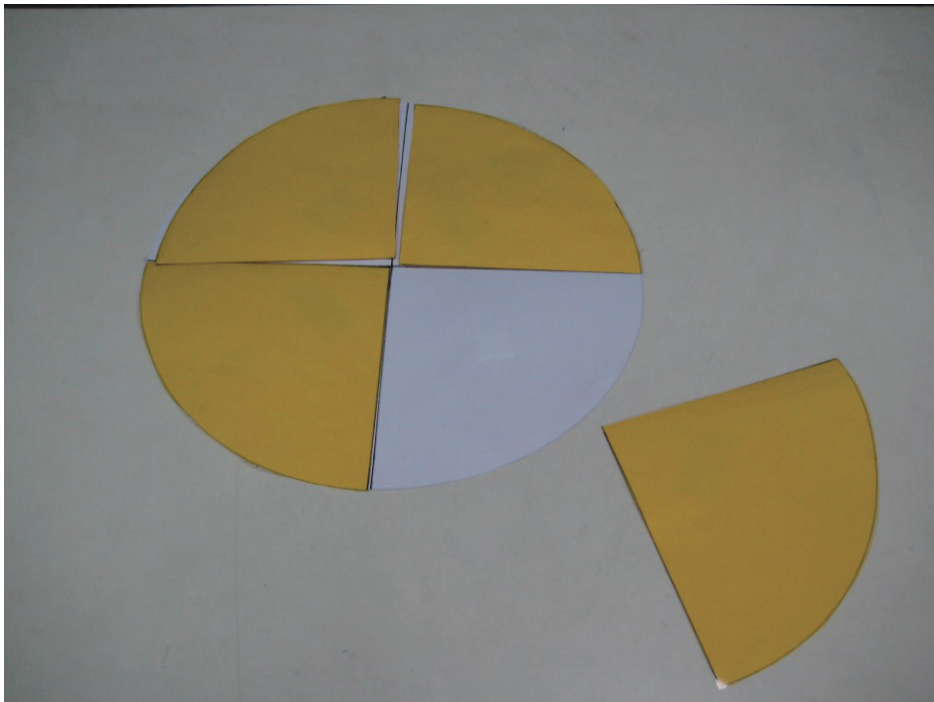
十等份水杯(五分滿、八分滿)



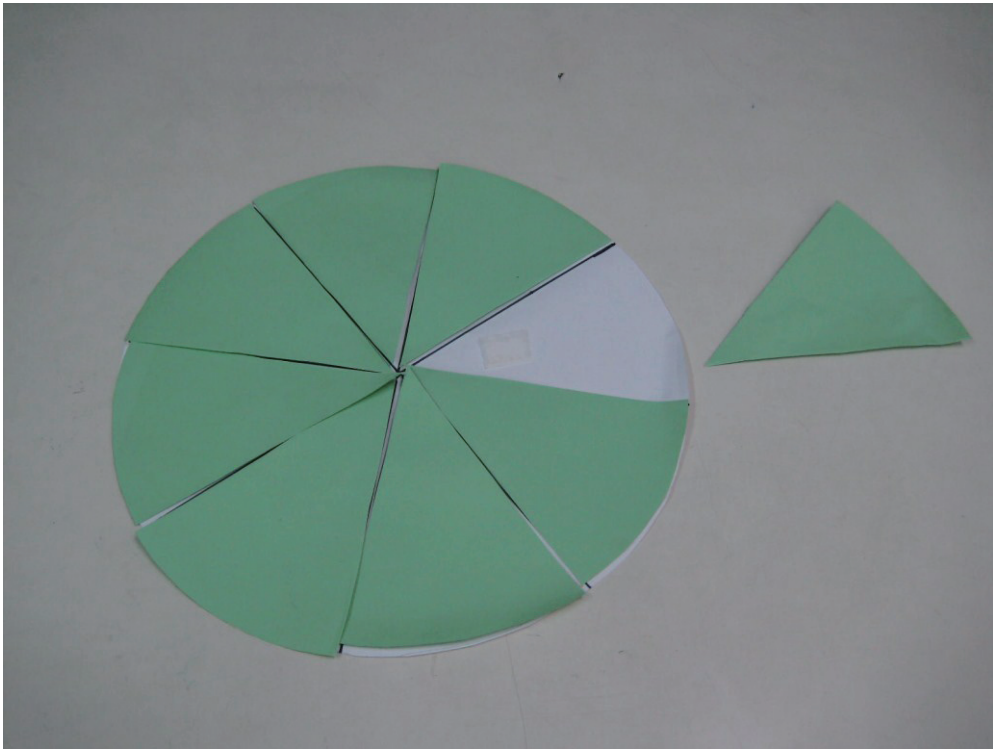
兩等份圓形教具



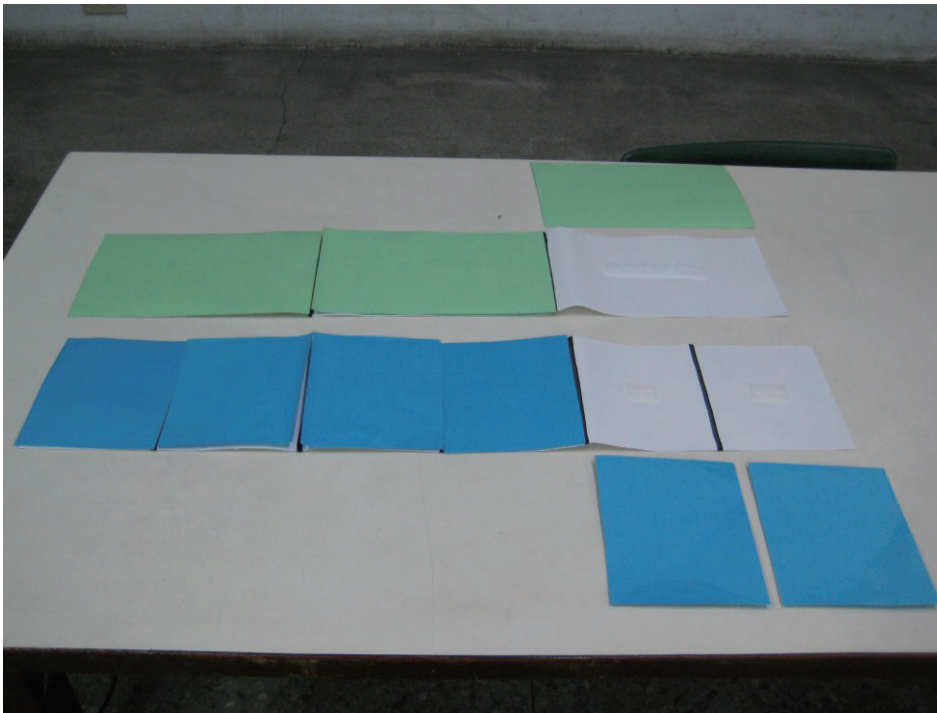
三等份圓形教具



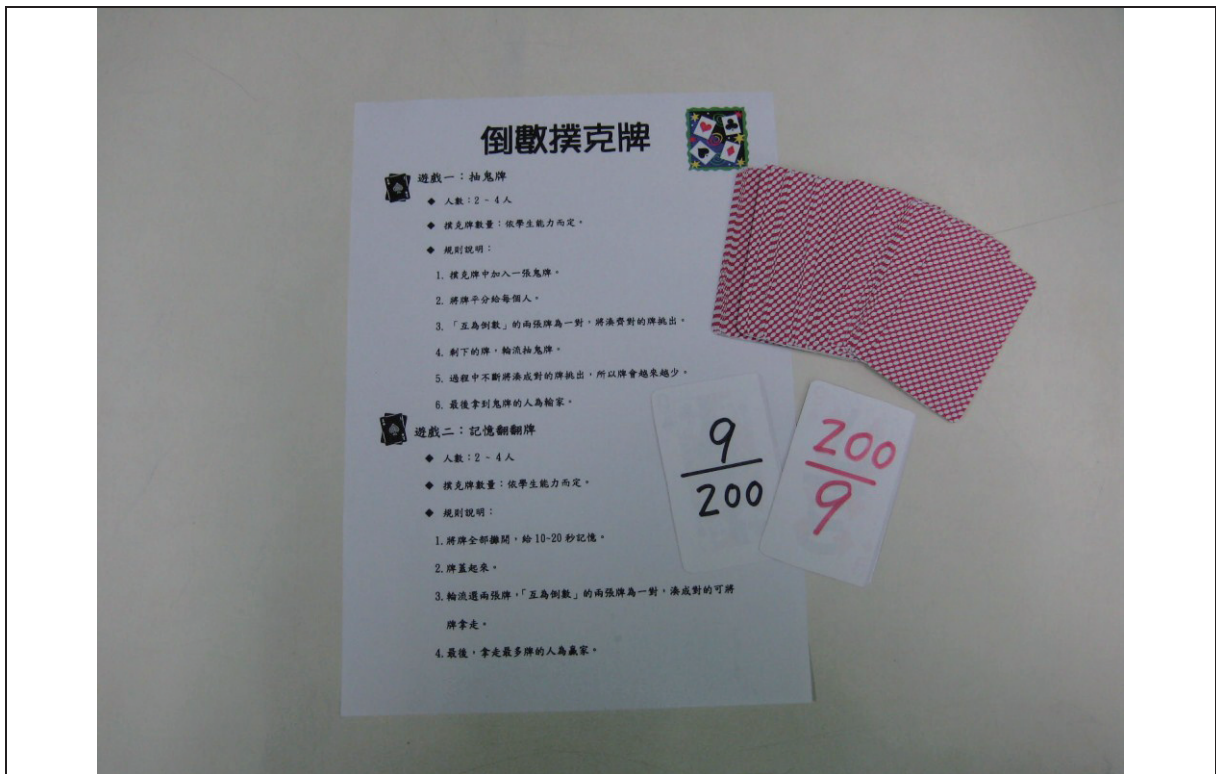
四等份圓形教具



八等份圓形教具



三等份、六等份長條形教具



倒數撲克牌



分數賓果樂

2-1 因數與倍數

生活實例：

陳老師的班上有 25 位學生，她帶了 50 個蘋果要請全班同學吃，這些蘋果可以剛好分完嗎？每位學生又可以分到幾個蘋果呢？

一、整除

老師講解

整除的意思：

a 、 b 兩個整數，而且 b 不等於 0，

若 $a \div b = c \dots\dots \boxed{0}$ ，則說 a 可以被 b 整除。

判斷重點：餘數為 0

$6 \div 2 = 3 \dots\dots 0$ \longrightarrow 餘數 0，6 可以被 2 整除。

$6 \div 4 = 1 \dots\dots 2$ \longrightarrow 餘數不是 0，6 不能被 4 整除。

例題

1. $18 \div 1 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

2. $18 \div 2 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

3. $18 \div 3 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

課堂練習

1. $18 \div 6 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

2. $18 \div 9 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

3. $18 \div 18 = (\quad) \dots\dots (\quad)$ ，也就是說 18 可以被()整除。

二、因數

老師講解

重點一：因數的概念

因數的意思：

a 、 b 兩個正整數，若 a 可以被 b 整除，則 b 為 a 的因數 (a 為 b 的倍數)。

判斷重點：整除，「除數」是「被除數」的因數。

$$6 \div 1 = 6 \dots\dots 0$$

$$6 \div 2 = 3 \dots\dots 0$$

$$6 \div 3 = 2 \dots\dots 0$$

$$6 \div 6 = 1 \dots\dots 0$$

6 可以被 1、2、3、6 整除，我們就說 1、2、3、6 為 6 的因數。

例題

1. $18 \div 1 = 18 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

2. $18 \div 2 = 9 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

3. $18 \div 3 = 6 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

課堂練習

1. $18 \div 6 = 3 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

2. $18 \div 9 = 2 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

3. $18 \div 18 = 1 \dots\dots 0$ ，我們可以說 () 是 18 的因數。

老師講解

重點二：找出正整數的所有因數

◎找因數 2 步驟

例題

列出 6 的所有正因數

(1) 從 1 到本身找相乘。

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ &= 2 \times 3 \\ &= 3 \times 2 \quad \dots\dots\dots \\ &= 6 \times 1 \end{aligned}$$

6 的一半是 3，超過 3 之後，因數就會重複出現，因此以後相乘時，找到一半就可以停止。
寫成

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ &= 2 \times 3 \end{aligned}$$

(2) 從小到大寫出所有不同的因數。

6 的因數有 1、2、3、6。

重點三：質數、合數與質因數

質數：一個大於 1 的整數，除了「1」和「本身」以外。**沒有**其他的因數，這樣的數稱為質數，例如：2、11、17 等，都是質數。

合數：一個大於 1 的整數，除了「1」和「本身」以外。**還有**其他的因數，這樣的數稱為合數（又稱合成數），例如：4、15、25 等，都是合數。

特別注意：1 不是質數也不是合數，而 2 是最小的質數，也是質數中唯一的偶數。

質因數：如果一個整數的因數也是質數，則稱此因數為質因數。

例如：12 的因數有 1、2、3、4、6、12，其中 2、3 是質數，所以 2、3 是 12 的質因數。

課堂練習

1. 請列出 12 的所有因數。

$$12 =$$

2. 請列出 15 的所有因數。

$$15 =$$

3. 請列出 24 的所有因數。

$$24 =$$

找因數 2 步驟：

(1) 從 1 到本身，找相乘。

(2) 從小到大寫出所有不同的因數。

老師講解

重點四：公因數

◎「公因數」的意思

若 a 同時是 b 和 c 的因數，我們稱 a 是 b 、 c 的公因數。

如：

4 的因數：1、2、4

6 的因數：1、2、3、6

1、2 同時是 4 和 6 的因數；則 1、2 是 4 和 6 的公因數。

◎找公因數 2 步驟：

(1) 找本身：

先把本身的因數通通列出來。

$$4 = 1 \times 4$$

$$= 2 \times 2$$

$$= 4 \times 1$$

$$6 = 1 \times 6$$

$$= 2 \times 3$$

$$= 3 \times 2$$

$$= 6 \times 1$$

(2) 圈出一樣的因數：

把一樣的因數圈起來，即為公因數。

4 的因數：1、2、4

6 的因數：1、2、3、6

4 和 6 的公因數有 1、2

重點五：最大公因數、互質與短除法：

最大公因數：所有公因數中最大的數。

例如：2 是 4 和 6 的公因數中最大的數，稱 2 是 4 和 6 的最大公因數，以符號 $(4,6)$ 表示 4 和 6 的最大公因數，所以 $(4,6) = 2$ 。

互質：如果兩個數的最大公因數是 1，則我們稱這兩整數「互質」。

例如：12 和 17 的最大公因數是 1，以 $(12,17) = 1$ 表示，所以 12 和 17 互質。

短除法：判別一數或一數以上的因數時，只寫出除數和商，並不詳細運算除法的過程。

而利用短除法求幾個數的最大公因數時，就是不斷在每一層除以這個數的**共同質因數**，直到不能再找到共同的質因數為止，這些**共同質因數的連乘積**就是所要求的最大公因數。

例題

列出 12 和 18 的公因數，並找出最大公因數

方法一：分別找因數，再找出最大公因數。

(1) 找各別因數

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ &= 2 \times 6 \\ &= 3 \times 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 1 \times 18 \\ &= 2 \times 9 \\ &= 3 \times 6 \end{aligned}$$

(2) 圈出一樣的因數

12 的因數有 1、2、3、4、6、12
18 的因數有 1、2、3、6、9、18

12、18 的公因數有：1、2、3、6

最大公因數為：6

方法二：短除法

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad 12 \quad 18 \\ \hline \textcircled{3} \quad 6 \quad 9 \\ \hline \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$2 \times 3 = 6$$

所以 $(12, 18) = 6$

◎判別 5 的倍數：尾數為 5 或 0。

255 的尾數是 5 → 所以 255 是 5 的倍數。

320 的尾數是 0 → 所以 320 是 5 的倍數。

127 的尾數不是 5 或 0 → 所以 127 不是 5 個倍數。

◎判別 10 的倍數：尾數為 0。

320 的尾數是 0 → 所以 320 是 10 的倍數。

127 的尾數不是 0 → 所以 127 不是 10 個倍數。

課堂練習

1. 36 是不是 9 的倍數？

2. 16 是不是 3 的倍數？

2 的倍數—尾數是 0、2、4、6、8

5 的倍數—尾數是 5 或 0

10 的倍數—尾數是 0

3. 把 2 的倍數圈出來，會發現一個英文字母，那個字母是什麼呢？ 答：是 _____。

3	252	11	2573	125	78	71
17	236	37	457	111	3256	73
29	20	45	381	333	142	555
65	36	6	324	52	852	99
51	18	37	25	21	38	91
53	60	123	375	23	120	777
57	88	611	31	69	24	75

4. 把 5 的倍數圈出來，會發現一個英文字母，那個字母是什麼呢？答：是 _____。

3	255	15	2570	125	70	71
17	230	37	457	111	3256	73
29	20	41	381	333	142	558
67	35	655	325	5000	8520	99
51	10	37	24	21	38	91
53	60	123	377	23	122	777
57	85	610	35	695	2450	79

5. 把 10 的倍數圈出來，會發現一個英文字母，那個字母是什麼呢？答：是 _____。

3	250	15000	2570	1250	70	71
17	230	37	457	111	3256	73
29	20	41	381	333	142	558
67	350	650	320	5000	8520	99
51	10000	37	24	21	38	91
53	601010	123	377	23	122	777
57	850	615	35	695	2455	79

老師講解

重點三：公倍數

◎公倍數的意思

若一正整數 a 同時是兩個以上正整數的倍數時，則稱 a 為這些數的公倍數。

◎找公倍數的 2 個步驟：

如：找 4 和 6 的公倍數

(1) 找出各別的因數：先把本身的倍數列出來。

(2) 圈出一樣的因數：把一樣的倍數圈起來，即為公倍數，公倍數有無限多個。

4 的倍數數有：4、8、**12**、16、20、**24**.....

6 的倍數數有：6、**12**、18、**24**.....

上列的數據中，12、24 同時是 4 和 6 的倍數；則 12、24 是 4 和 6 的公倍數。

◎最小公倍數：所有公倍數中最小的那一個。

例如：4 和 6 的公倍數中最小的數為 12，則 12 稱為 4 和 6 的最小公倍數。

用短除法找出最小公倍數：利用短除法求幾個數的最小公倍數時，就是不斷地在每一層除以這個數的共同質因數，直到沒能找到共同的質因數為止，這些提出來的質因數和最下面一層兩個數的連乘積就是所要求的最小公倍數。

如：求 4 和 6 的最小公倍數

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \overline{) 4} \\ \underline{2} \\ 2 \end{array}$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\text{記為 } [4, 6] = 12$$

例題

找出 12 和 36 的最小公倍數。

方法一：列出倍數

1. 找個別的倍數

12 的倍數有：12、24、**36**、48.....

36 的倍數有：**36**、72.....

2. 圈出相同倍數中最小的倍數

12 和 36 的最小公倍數是 36

7上第2章 分數的運算

方法二：短除法

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ \textcircled{2} \\ \underline{4} \\ \textcircled{3} \\ \underline{6} \\ \textcircled{1} \\ \textcircled{3} \\ \underline{3} \\ \textcircled{1} \end{array}$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 3 = 36$$

$$\text{所以 } [12, 36] = 36$$

課堂練習

1. 求 3 和 5 的最小公倍數。

2. 求 24 和 18 的最小公倍數。

2-1 重點回顧

一、**因數的意思**： a 、 b 兩個正整數，若 a 可以被 b 整除， b 則為 a 的因數 (a 為 b 的倍數)。

二、**質數**：一個大於 1 的整數，除了「1」和「本身」以外。沒有其他的因數，這樣的數稱為質數，例如：2、11、17 等，都是質數。

三、**合數**：一個大於 1 的整數，除了「1」和「本身」以外。還有其他的因數，這樣的數稱為合數 (又稱合成數)，例如：4、15、25 等，都是合數。

四、**質因數**：如果一個整數的因數也是質數，則稱此因數為質因數。

例如：12 的因數有 1、2、3、4、6、12，其中 2、3 是質數，所以 2、3 是 12 的質因數

注意：1 既不是合數，也不是質數。

五、**最大公因數**：所有公因數中最大的數。

六、**互質**：如果兩個數的最大公因數是 1，則我們稱這兩整數「互質」。

例如：12 和 17 的最大公因數是 1，以 $(12, 17) = 1$ 表示，所以 12 和 17 互質。

七、**倍數**： a 、 b 兩個正整數，若 a 可以被 b 整除，則 a 為 b 的倍數。

判別 2 的倍數：尾數為「偶數」--- 0、2、4、6、8。

判別 5 的倍數：尾數為 5 或 0。

判別 10 的倍數：尾數為 0。

八、**公倍數的意思**：若一正整數 a 同時是兩個以上正整數的倍數時，則 a 為這些數的公倍數。

九、**最小公倍數**：所有公倍數中最小的那一個。

2-2 分數的加減

生活實例：

小仁家到學校的距離是 $\frac{1}{2}$ 公里，小愛家到學校的距離是 $\frac{2}{3}$ 公里，請問誰家到學校的距離比較遠呢？

在上述的生活實例中，由於 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 兩個分數的分母不同，因此要比較 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 的大小，我們要先瞭解「等值分數」的觀念，才容易做比較。

一、等值分數

(一) 擴分

老師講解

擴分：分子和分母一起乘以一個非 0 的整數，分子和分母看起來雖然會變大，但是其實大小不變。

口訣：分母、分子同乘一個非 0 的整數

例題一

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

例題二

$$-\frac{3}{5} = -\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = -\frac{12}{20}$$

課堂練習

請將空格填上正確答案

1. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times (\quad)}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$

2. $\frac{2}{5} = \frac{(\quad)}{10}$

3. $-\frac{1}{3} = -\frac{(\quad)}{15}$

4. $-\frac{1}{2} = -\frac{(\quad)}{10}$

擴分：

分母、分子乘一個非 0 的整數。

(二) 約分

老師講解

約分：分子和分母同時除以一個公因數，分子和分母看起來雖然會變小，但是其實大小不變。

口訣：同消公因數

舉例說明：

$$\frac{6}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{2}} \times 5} = \frac{3}{5} \quad (\text{把分母、分子的公因數 } 2 \text{ 消掉})$$

或

$$-\frac{25}{35} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot 5}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot 7} = -\frac{5}{7} \quad (\text{把分母、分子的公因數 } 5 \text{ 消掉})$$

最簡分數：一個分數，如果分子和分母互質，則此分數稱為最簡分數。

如： $\frac{2}{7}$ 的分子 2 和分母 7 互質，所以 $\frac{2}{7}$ 是最簡分數。

又如： $-\frac{6}{25}$ 的分子 6 和分母 25 互質，所以 $-\frac{6}{25}$ 也是最簡分數。

課堂練習

請將下列分數約成「最簡分數」

1. $\frac{9}{12} = \frac{3 \times ()}{4 \times ()} = (\quad)$

2. $\frac{10}{15} = \frac{2 \times ()}{3 \times ()} = (\quad)$

3. $-\frac{6}{9} =$

4. $-\frac{5}{10} =$

二、正負分數的加法

(一) 同分母分數的加法

老師講解

重點一：同分母真(假)分數加法

◎步驟：

1. 分母不變。
2. 分子加分子。

例題一

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad (\text{分母都是 } 5 \text{ 不變，分子是 } 1+2=3)$$

例題二

$$\left(-\frac{4}{15}\right) + \left(-\frac{7}{15}\right) = -\left(\frac{4+7}{15}\right) = -\frac{11}{15}$$

例題三

$$\frac{3}{11} + \left(-\frac{15}{11}\right) = -\left(\frac{15-3}{11}\right) = -\frac{12}{11}$$

課堂練習

1. $\frac{11}{14} + \frac{2}{14} =$

2. $\left(-\frac{9}{17}\right) + \left(-\frac{18}{17}\right) =$

3. $\frac{9}{20} + \left(-\frac{13}{20}\right) =$

老師講解

重點二：同分母帶分數加法

◎步驟：

分堆加：整數加整數，分數加分數。

例題一

$$2\frac{1}{5} + 1\frac{3}{5} = (2+1) + (\frac{1}{5} + \frac{3}{5}) = 3\frac{4}{5}$$

例題二

$$1\frac{4}{5} + 1\frac{3}{5} = (1+1) + (\frac{4}{5} + \frac{3}{5}) = 2 + \frac{7}{5} = 2 + 1\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$$

分數相加部分，分子若大於分母時，要變帶分數

例題三

$$(-4\frac{5}{11}) + (-5\frac{2}{11}) = -(4\frac{5}{11} + 5\frac{2}{11}) = -9\frac{7}{11}$$

課堂練習

1. $1\frac{3}{8} + 5\frac{4}{8} =$

2. $3\frac{5}{6} + 4\frac{5}{6} =$

3. $(-8\frac{9}{20}) + (-10\frac{1}{20}) =$

老師講解

重點三、異分母真(假)分數的加法

◎步驟：

1. 分母變一樣：

(1) 找分母的最小公倍數。

(2) 通分。

2. 分子相加。

例題一

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

1. 分母變一樣

(1) 找分母的最小公倍數。

2 的倍數：2、4、6、8、10.....3 的倍數：3、6、9、12、15.....

(2) 通分：分子分母一起變。

2. 相加

$$\text{所以 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} =$$

例題二

$$\left(-\frac{7}{15}\right) + \left(-\frac{6}{5}\right) = \left(-\frac{7}{15}\right) + \left(-\frac{18}{15}\right) = -\frac{25}{15} = -\frac{5}{3}$$

課堂練習

1. $\frac{5}{9} + \frac{2}{5} =$

2. $\left(-\frac{10}{3}\right) + \left(-\frac{7}{4}\right) =$

短除法找最小公倍數

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \overline{) 2 \quad 3} \\ \underline{ 2 \quad 3} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

所以 $[2, 3] = 6$

短除法找最小公倍數

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 15 \quad 5} \\ \underline{ 15 \quad 5} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

$$5 \times 3 \times 1 = 15$$

所以 $[15, 5] = 15$

老師講解

重點四：異分母帶分數加法

◎步驟：

1. 分母變一樣：

(1) 找分母的最小公倍數。

(2) 通分。

2. 分堆加：整數加整數，分數加分數。

例題一

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} &= 3\frac{2}{4} + 2\frac{1}{4} \\ &= (3+2) + \left(\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) \\ &= 5 + \frac{3}{4} \\ &= 5\frac{3}{4} \end{aligned}$$

1. 先通分

2. 分堆加

若分數相加部分，分子大於分母時，假分數換帶分數

例題二

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} &= 1\frac{3}{6} + 2\frac{4}{6} \\ &= (1+2) + \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6}\right) \\ &= 3 + \frac{7}{6} \\ &= 3 + 1\frac{1}{6} \\ &= 4\frac{1}{6} \end{aligned}$$

1. 先通分

2. 分堆加

3. 假分數變帶分數

課堂練習

1. $12\frac{8}{11} + 11\frac{4}{33} =$

2. $4\frac{5}{7} + 12\frac{7}{8} =$

3. $(-9\frac{7}{12}) + (-10\frac{2}{5}) =$

三、正負分數的減法

生活實例：

從小艾家往東走 $1\frac{4}{5}$ 公里可達市公所，從家往西走 $1\frac{2}{3}$ 公里可達車站，請問小艾家距離市公所或車站哪一個比較遠？遠多少公里？

老師講解

重點一：同分母真（假）分數的減法

◎步驟：

1. 分母不變。
2. 分子減分子。

例題一

$$\frac{10}{11} - \frac{9}{11} = \frac{10-9}{11} = \frac{1}{11}$$

例題二

$$(-\frac{6}{19}) - (-\frac{13}{19}) = (-\frac{6}{19}) + \frac{13}{19} = \frac{13}{19} - \frac{6}{19} = \frac{7}{19}$$

例題三

$$(-\frac{16}{19}) - \frac{13}{19} = -(\frac{16}{19} + \frac{13}{19}) = -\frac{29}{19} \quad (\text{或 } -1\frac{10}{19})$$

課堂練習

1. $\frac{12}{25} - \frac{10}{25} =$

2. $-\frac{17}{21} - (-\frac{20}{21}) =$

3. $(-\frac{15}{41}) - (-\frac{20}{41}) =$

老師講解

重點二：同分母帶分數減法

◎步驟：

1. 判斷分數部分夠不夠減。
2. 分堆減：整數減整數，分數減分數。

例題一

$$2\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5} = (2-1) + (\frac{4}{5} - \frac{2}{5}) = 1\frac{2}{5}$$

分數相減部分，不夠減時，向整數借

例題二

$$2\frac{1}{5} - 1\frac{2}{5} = 1\frac{6}{5} - 1\frac{2}{5} = (1-1) + (\frac{6}{5} - \frac{2}{5}) = \frac{4}{5}$$

也可以這樣算：把帶分數都變成假分數

$$2\frac{1}{5} - 1\frac{2}{5} = \frac{11}{5} - \frac{7}{5} = \frac{4}{5}$$

例題三

$$(-4\frac{10}{13}) - (-5\frac{12}{13}) = -4\frac{10}{13} + 5\frac{12}{13} = 5\frac{12}{13} - 4\frac{10}{13} = 1\frac{2}{13}$$

例題四

$$(-4\frac{11}{36}) - (-7\frac{11}{36}) = -(4\frac{11}{36} + 7\frac{11}{36}) = -11\frac{\cancel{22}}{\cancel{36}} = -11\frac{11}{18}$$

課堂練習

$$1. 6\frac{20}{51} - 4\frac{10}{51} =$$

$$2. 7\frac{7}{10} - 2\frac{9}{10} =$$

$$3. (-10\frac{14}{37}) - (-11\frac{25}{37}) =$$

$$4. (-8\frac{6}{17}) - 17\frac{7}{17} =$$

老師講解

重點三：異分母真（假）分數的減法

◎步驟：

1. 分母變一樣：

(1) 找分母的最小公倍數。

(2) 通分。

2. 分子相減。

例題一

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

1. 分母變一樣

(1) 找分母的最小公倍數。

2 的倍數：2、4、**6**、8、10.....3 的倍數：3、**6**、9、12、15.....

(2) 通分：把分母通分成 6

2. 分子相減

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

例題二

$$\left(-\frac{4}{9}\right) - \frac{7}{8} = -\left(\frac{4}{9} + \frac{7}{8}\right) = -\left(\frac{32}{72} + \frac{63}{72}\right) = -\frac{95}{72} \quad \left(\text{或 } -1\frac{23}{72}\right)$$

例題三

$$\left(-\frac{10}{19}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{10}{19}\right) + \frac{3}{4} = \left(-\frac{40}{76}\right) + \frac{57}{76} = \frac{57}{76} - \frac{40}{76} = \frac{17}{76}$$

課堂練習

1. $\frac{1}{4} - \frac{1}{7} =$

2. $\left(-\frac{12}{15}\right) - \frac{11}{12} =$

3. $\left(-\frac{25}{27}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) =$

老師講解

重點四：異分母帶分數減法

◎步驟：

1. 分母變一樣。
2. 判斷分數夠不夠減。
3. 分堆減：整數減整數，分數減分數。

例題一

分數部分夠減

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 3\frac{3}{6} - 1\frac{2}{6}$$

$$= 2\frac{1}{6}$$

1. 先通分

2. 分數夠減

3. 分堆減

例題二

分數部份不夠減時：向整數借 1，把分子變大。

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3} = 3\frac{3}{12} - 1\frac{8}{12}$$

$$= 2\frac{15}{12} - 1\frac{8}{12}$$

$$= 1\frac{7}{12}$$

1. 先通分

2. 分數不夠減

向整數借 1
(也就是 $\frac{12}{12}$)

例題三

$$(-8\frac{7}{10}) - 10\frac{7}{9} = -(8\frac{7}{10} + 10\frac{7}{9}) = -(8\frac{63}{90} + 10\frac{70}{90}) = -18\frac{133}{90} = -19\frac{43}{90}$$

假分數換成帶分數

例題四

$$(-15\frac{2}{15}) - (-2\frac{7}{9}) = 2\frac{7}{9} - 15\frac{2}{15} = 2\frac{35}{45} - 15\frac{6}{45} = -(15\frac{6}{45} - 2\frac{35}{45}) = -(14\frac{51}{45} - 2\frac{35}{45}) = -12\frac{16}{45}$$

分數不夠減，
向整數借1（也就是 $\frac{45}{45}$ ）

課堂練習

1. $10\frac{2}{5} - 8\frac{1}{7} =$

2. $5\frac{3}{14} - 3\frac{15}{28} =$

3. $(-1\frac{5}{9}) - 10\frac{9}{11} =$

4. $(-90\frac{4}{11}) - (-8\frac{4}{9}) =$

2-2 重點回顧

一、分數

- (一) 擴分：分子和分母一起乘以一個非0的整數，分子和分母看起來雖然會變大，但是其實大小不變。
- (二) 約分：分子和分母同時除以一個公因數，分子和分母看起來雖然會變小，但是其實大小不變。
- (三) 最簡分數：一個分數，如果分子和分母互質，則此分數稱為最簡分數。

二、正負分數的加法

包括

- (一) 同分母真(假)分數加法
- (二) 同分母帶分數加法
- (三) 異分母真(假)分數的加法
- (四) 異分母帶分數加法

三、正負分數的減法

- (一) 同分母真(假)分數的減法
- (二) 同分母帶分數減法
- (三) 異分母真(假)分數的減法
- (四) 異分母帶分數減法