

教育部國民及學前教育署
十二年國民基本教育課程綱要
特教、藝教分組領綱擬訂計畫

學習功能優異（資賦優異）學生
數學領域課程調整應用手冊

委託單位：教育部國民及學前教育署

執行單位：國立屏東大學

計畫執行人員：蔡典謨、侯雅齡、陳麒文、蔡忠翰

中華民國 106 年 7 月修正版

目錄

學習功能優異（資賦優異）學生數學領域課程調整應用手冊	1
壹、適用對象	1
貳、基本理念	1
參、課程調整通則	2
一、課程調整步驟	2
(一) 評估學生學習特殊需求	2
(二) 課程調整規劃	2
(三) 教學實施	3
(四) 課程評鑑	3
二、課程安排及提供服務方式	3
(一) 小組課程	3
(二) 跨組課程	4
(三) 跨校課程	4
三、課程調整原則與策略	4
(一) 學習內容	4
(二) 學習歷程	6
(三) 學習環境	8
(四) 學習評量	10
四、參考資源	12
肆、課程調整分論－數學領域教學示例	15
一、資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例	16
(一) 我的聰明「計」 宋雅筠	16
(二) 六和Yes～猴戲晶 宋雅筠	26
(三) 鑲嵌的異想世界（多邊形與扇形） 陳清桔	37
(四) 神奇的數學實驗（周長與面積） 陳清桔	40
(五) 數形規律與數學研究 蔡忠翰	43
(六) 科學記號與進位法 陳彥霖	59
(七) 根號應用與開根號 陳彥霖	66
(八) 平面向量的運算—向量內積幾何篇 張彥平	72
(九) 「數學大聲唱」數學觀念複習影片創作活動 張彥平	77
(十) 綜合除法 陳光鴻	80
二、資賦優異學生數學領域課程調整教學設計—操作表格	87
三、資賦優異學生課程調整教師自我檢核表	89

學習功能優異（資賦優異）學生數學領域課程調整應用手冊

壹、適用對象

本手冊旨在提供資優班與普通班教師調整「學習功能優異（資賦優異）學生」課程之參考。「學習功能優異（資賦優異）學生」（以下簡稱**資優學生**）係指〈特殊教育法〉第 4 條規範的資賦優異學生：有卓越潛能或傑出表現，經專業評估及鑑定具學習特殊需求，須特殊教育及相關服務措施之協助者。

教師可參酌本手冊「課程調整通則」之課程調整步驟、課程安排及提供服務方式、課程調整原則與策略，並依據任教資優學生的學習特殊需求，調整其普通教育課程或發展新課程，以發揮其潛能，落實因材施教與適性教育之精神。

為協助教師更清楚「課程調整通則」介紹之課程調整理念、步驟、原則及策略，本手冊「課程調整分論」邀請各教育階段資優班教師，針對其任教資優學生在「數學領域」具有優勢學習特質及課程調整需求者，發展「數學領域」課程調整教學活動示例（以下簡稱教學示例），提供教師發展及調整其所任教資優學生課程之參考。教師亦可參閱教育部「資賦優異相關之特殊需求領域課程綱要」及「藝術才能班相關之特殊需求領域課程綱要」規劃課程。

貳、基本理念

資優學生是異質團體，沒有單一的課程、教學公式或模式適合所有學生，教師不應受限於一套固定的課程，為呼應資優學生的特質與學習需求，其課程需配合調整。針對資優學生課程的調整，我國相關法規規範如下：

〈特殊教育法〉第 19 條規定：「特殊教育之課程、教材、教法及評量方式，應保持彈性，適合特殊教育學生身心特性及需求。」〈特殊教育課程教材教法及評量方式實施辦法〉第 4 條規定：「高級中等以下學校實施特殊教育課程，應依學生之個別需求，彈性調整課程及學習時數，經學校特殊教育推行委員會審議通過後為之。前項課程之調整，包括學習內容、歷程、環境及評量方式。」

〈十二年國民基本教育課程綱要總綱〉（以下簡稱〈總綱〉）」之「柒、實施要點」附則（四）規範：「特殊教育學生（含安置在不同教育情境中的身心障礙或資賦優異）與特殊類型班級學生（含體育班、藝術才能班及科學班學生）之部定及校訂課程均得彈性調整（包含學習節數/學分數配置比例與學習內容），並得於校訂課程開設特殊需求領域課程，惟不應減少學習總節數。特殊教育班課程規劃需經學校特殊教育推行委員會審議通過，並送學校課程發展委員會通過後實施。」

資優學生具有反應速度快、理解力高、記憶力強，能快速理解更複雜的抽象概念，需要更具挑戰性的學習活動，教師應實施課程調整，以因應資優學生的身心特質與個別學習需要。為有效調整資優學生的課程，教師宜以學生為中心，評估資優學生的身心特質、起點行為和先備能力，及其與學校課程的適配性，以確認學生的學習特殊需求，並據以訂定資優學生的「個別輔導計畫」。彈性調整普通教育課程（含學習內容、學習歷程、學習環境及學習評量）及學習時數，或發

展新課程。課程調整乃是一種動態的過程，教師應持續地評估學生需求、分析需求與課程的適配性、調整或發展課程、實施課程評鑑，確保調整後的課程符合資優學生的需求。

為支援學校及教師落實資優學生的適性課程，乃有《學習功能優異（資賦優異）學生課程調整應用手冊》之發展（以下簡稱《資賦優異學生課程調整應用手冊》）。本手冊內容重點在考量資優學生學習特殊需求與學校普通教育課程之適配性，研訂課程調整通則（含課程調整步驟、課程安排及提供服務方式、課程調整原則與策略）。針對資優學生在數學領域，具有優異學習特質及課程調整需求者，提供課程調整的教學示例，以供學校及教師發展與調整資優學生課程之參考，協助教師運用本手冊，適性設計個別化與彈性的課程，發展學生優勢潛能。教師實施課程調整時，宜評估所擔任教學之資優學生特質及需求進行，而非完全依照教學示例。

參、課程調整通則

資優學生課程應以普通教育課程為基礎，並依據學生的個別需要，實施課程調整。以下說明「課程調整步驟、課程安排及提供服務方式、課程調整原則與策略」。

一、課程調整步驟

在規劃與設計資優學生的課程時，教師應先評估學生的需求，考量學生的身心特質、起點行為、先備能力、學習需求、普通教育課程與其需求與能力的適配性等因素，據以調整課程，其後進行教學實施及課程評鑑，說明如下：

（一）評估學生學習特殊需求

教師應評估自己所任教學生的需求，以個別學生為基礎，瞭解其身心特質、興趣，探究任教領域/科目課程內涵與學生的起點行為和先備能力，並分析課程與學生學習需求及能力之適配性。教師可自行發展，或使用現有的評估工具，完整蒐集學生優勢能力之檔案資料，例如：可透過測驗，瞭解學生已經精熟課程的概念與技能，找出尚未精熟課程的概念與技能；可於教學過程中觀察學生的學習特質；可訪談學生，瞭解其喜歡的領域/科目、學習風格、優勢能力或其他特殊才能等。

（二）課程調整規劃

為讓資優學生課程的調整更有系統性、更符合邏輯、及適應資優學生的特質，在規劃課程時，亦可參考資優教育的教學模式，作為資優學生課程設計的架構，如：三合充實模式、普度三階段充實模式、自主學習模式、平行課程模式、DISCOVER模式等；教師亦可組合不同的教學模式，更有彈性且有系統地發展適合資優學生需求的課程調整，針對學習內容、學習歷程、學習環境及學習評量進行調整，俾滿足資優學生的學習需求，發揮資優其最大潛能。

資優學生的課程調整規劃、教材發展、教學單元設計、教學方法、物理與心理環境規劃、評量方式等，得由資優班教師、學科專長教師或相關資優教育學者專家等成員，採團隊合作方式進行。並尋求學校特殊教育推行委員會與學校課程發展委員會的支持。

身心障礙資賦優異學生應兼顧其身心障礙及資賦優異的學習特殊需求，進行課程調整。

（三）教學實施

進行實際教學，並建置教學檔案與學生學習歷程檔案，前者如：授課教師及協同教師的教學檔案、觀察紀錄、師生互動、學習氣氛等，後者如：學生創作的成果作品、學生學習報告、學生的測驗成績、學生對課程與教材的回饋反應等。

（四）課程評鑑

自行發展或選用適切的工具，蒐集課程調整實施成效資料，瞭解課程調整教學是否符合學生的學習需求？評估調整後的學習內容是否達到原訂的教學目標？教師可檢討實施時的優缺點及應注意的事項，修正及改進課程之調整。

上述課程調整步驟是動態的、持續循環的過程。教師應定期評估經課程調整後的教學成效，瞭解優點與缺點，並依其所任教學生的特質與學習需求，適時修正，以符合資優學生的學習需求。

二、課程安排及提供服務方式

經專業評估資優學生的學習特殊需求後，將課程安排、提供服務方式納入個別輔導計畫，並依循個別輔導計畫，提供適合的服務，規劃個人課表，如：減免修學習節數、安排彈性學習課程、調整各領域/科目學習節數比例、外加學習節數、提供資優方案、自主學習課程、教師個別指導等。學校須提供相關支持，以有效支援個別輔導計畫的實施。

以下說明資優學生的課程安排與提供服務方式，教師可依各校（班）的實際及特殊狀況，進行彈性與適度的調整。

（一）小組課程

配合個別輔導計畫，教師可將能力相近或課程需求相似的學生，組成群組，安排課表，並依不同需求的群組，安排數個學習小組，讓同一學習小組可在相同的上課時間一起學習，且教師亦可考量同一學習小組內學生的個別學習需求與能力差異，進行課程調整及區分性教學。

為方便安排相同學習小組的資優學生一起上課，學校可採下列方式辦理：

1. 班群編班（或稱叢集編班）：經評估資優學生的能力與課程需求後，如：資優學生鑑定（團體測驗、個別測驗）所得之各項測驗分數、平時學習的特殊表現、學習風格、優勢能力等，將能力相近與課程需求相似的資優學生編入同一班。
2. 區段排課（或稱區塊排課）：統整與分析全校所有資優學生的能力與課程需求，將能力相近或課程需求相似的學生們安排在同一小組，透過學校行政、普通班教師與資優班教師的排課協調，擬訂適當的教學時間與節數，學校優先將同一小組的相同領域課程，安排在同一時段授課。例如：將數理資優資源班學生具有數學優勢的群組，其原班的數學課程安排在同一時段上課，以方便透過抽離方式，讓該群組學生至資優資源班上課。

（二）跨組課程

學校及教師亦可安排同年級或跨年級的學習群組一起上課，在教學過程中，鼓勵跨組合作或學術競賽。學校及教師亦可運用此共同上課時間，辦理校外參訪活動、專題演講、研究及作品發表等。

（三）跨校課程

可與其他學校進行跨校排課，將能力相近或課程需求相似的且來自不同學校的資優學生，安排在同一學習小組，在相同時段與地點，進行授課，鼓勵資源整合、校際交流、同儕學習、或分組學術競賽等。

三、課程調整原則與策略

依據〈特殊教育課程教材教法及評量方式實施辦法〉第 4 條規定，教師應依資優學生的個別需求，彈性調整課程，包括：調整各領域/科目的學習內容、學習歷程、學習環境及學習評量等向度。教師可選擇適合的向度進行調整，並可採一種或多種調整策略。

以下說明「學習內容、學習歷程、學習環境及學習評量」四大向度課程調整的原則與策略。

（一）學習內容

1. 學習內容調整原則

有關該領域/科目資優學生的學習內容，應調整其領域/科目的核心素養及學習重點，再根據調整過後的核心素養及學習重點，編選具有挑戰性的教材，增加課程內容的深度，期能提供個別差異學習的教材。必要時，得調整學習節數/學分數、部定及校訂課程，並實施教學。學習內容調整原則分述如下：

- （1）調整已經精熟的學習內容：教師考量資優學生的起點行為，得刪減學生已精熟的學習內容，並提供額外的、較豐富的且適合資優學生能力之學習內容、教學單元、教材，以替代刪減的普通教育課程。
- （2）編選具挑戰性的教材：得採「重組、加深、加廣、濃縮、加速、跨領域/科目統整教學」等策略，調整資優學生優勢領域/科目的核心素養及學習重點，再根據調整過後之核心素養及學習重點，編選具挑戰性的教材。
- （3）增加課程內容的深度與廣度：應聚焦在知識的結構、基本原則、功能概念與研究方法等，應較普通教育課程更為複雜、抽象與多樣化，以及對具有創造性或生產力之人物研究與學習方法論等。
- （4）開設彈性學習課程：可開設符合資優學生特質與優勢能力的彈性學習課程，讓學生選修。例如：古典文學賞析、散文閱讀與創作、口語表達藝術訓練、英語劇本創作、人文社會科學探究、進階數學、邏輯推理、科學實驗操作、科學專題研究、國際移工問題探究、臺北好好玩—臺北古城人文踏查等。
- （5）提供區分性的學習教材：資優學生優勢領域/科目的課程內容設計與

調整，可以結合「學科、課程與教學及資優教育」等領域的學者專家們共同合作規劃，發展富有效度的學習內容調整策略，編製區分性的學習教材。

2. 學習內容調整策略

(1) 重組

將內容進行新的組合安排，而非只有增加或刪除（adding or deleting），其重組方式如下：將相似功能、類別團體、相似描述、或以時間序列方式組成。

(2) 加深

- ① 指加深各教育階段之各領域/科目核心素養及學習重點的「難度」，也稱為「垂直的充實」。其課程探討的議題通常與普通教育課程主題相關，或未被納入普通教育課程，且課程內容比正規普通教育課程豐富、深入與困難，俾擴展學生學習經驗。
- ② 教師可運用更「進階、複雜、多變化、或抽象」的概念和教材進行教學，促進學生發展高層次的概念與抽象思考的技能。雖然加深教育階段之課程內容實際上隱含加速的成份，但是未涉及讓學生提早入學、跳級等制度。

(3) 加廣

增加各教育階段之各領域/科目核心素養及學習重點的「廣度及多元性」，也可稱為「水平的充實」。即讓學生延伸學習該教育階段內各領域/科目課程原本沒有安排的教育經驗，重要的是這些有別於普通教育課程之補充教材與教育活動能符合學生的興趣、喜好與其個人的學習風格。

(4) 濃縮

- ① 在不影響資優學生學習普通教育課程內容的前提下，將各教育階段各領域/科目核心素養及學習重點加以結合，刪除學生已經精熟的內容，或精簡內容，以符合學生的學習動機與能力。
- ② 在教學前，教師應依能力優異學生的起點行為，據以提供濃縮課程，其包含下列八步驟：
 - a. 確定領域/科目或年級的學習目標。
 - b. 在教學前，自行發展或選用預試或診斷工具。
 - c. 找出應該預試的學生，課程濃縮對他們可能有用。
 - d. 進行預試，以瞭解學生精熟某些目標的程度。
 - e. 為已經表現精熟這些目標的學生減少練習或教學時間。
 - f. 部分學生尚未精熟，但有能力更快學習，則要加速教學流程。
 - g. 提供充實或加速活動給課程濃縮的學生。
 - h. 以上歷程及提供給學生教學活動的相關紀錄應予以保留。

- ③濃縮不等於充實，亦非加速的同義字；二者也許都會用在濃縮課程的學生上。課程濃縮包含預試或診斷，其目的是要確認原先已會的，以免重複上課或練習。如此可提供時間來進行學生有興趣的充實活動，或進行加速的教學。

(5) 加速

- ①提供加速的機會給某些能力特別優秀、學習快速的學生，同意他們可以用較少的學習時間，精熟其優勢領域/科目的普通教育課程內容，並運用節省的時間，接觸較有挑戰性的課程與教材，充分發揮學習潛能。
- ②加速教學是指提供學生一個比普通教育課程層次更高的課程、給予更複雜的訊息、涵蓋更密集的材料或更多的訊息，呈現速度比典型班級的教學更快的教材、提供給學生的教材比正常年級水準更具更大的挑戰性。
- ③為滿足個別學生的需求，考量其現有的能力與技能，允許學生以適合自己的速度與層次進行學習，因此，課程與教學應保持彈性的進度（flexible pacing），得依其個人需求、能力與技能決定課程進度或進行研究。

(6) 跨領域/跨科目之統整教學

- ①學生能根據自己的興趣，選擇主題/專題/議題/，整合兩個不同領域/科目的概念與研究方法，進行跨領域/科目的探索、體驗、實作、實驗或研究。
- ②根據學生的興趣進行跨領域/科目的主題統整課程，強調課程的內容與過程，發展調查，建立知識與技能的相互連結，強化跨領域/跨科目的課程統整與應用。

- (7) 其他：本手冊未提及之調整策略，但是對資優學生學習內容之調整有幫助的策略均屬之，教師可自行發展與運用。

(二) 學習歷程

1. 學習歷程調整原則

針對該領域/科目資優學生的教學過程，宜由記憶、瞭解、應用、分析、評鑑及創造等不同層次之認知歷程，進行事實、概念、程序及後設認知等知識教學，可規劃主題探討、專題研究或創作，朝向解決問題、創造思考與批判思考等高層次能力之培育，並以情意培養為導向，提升其與自我、與他人、與社會及與自然互動之能力。教師應靈活運用適當的教學技巧，並採取以學生為中心的學習歷程。

- (1) 運用適當的教學技巧：教學過程宜朝「解決問題、創造與批判性」等思考與情意培養為導向，例如：應用較高層次的思考策略、開放式的問題、彈性的速度與發現教學的方式，允許個別學生依其對概念的精熟程度進行學習，以幫助資優學生發展高層次思考能力、擴散式思考歷程與歸納和演繹的推理技能，使資優學生能學習互動，

並自行尋找問題的答案。

- (2) 以學生為中心的學習歷程：允許學生選擇研究主題，並指導學生處理與傳遞資訊的方法。促進學生進行獨立、自我導向與深度的研究。鼓勵應用進階的研究與方法論之技能。聚焦在開放式的任務。提供機會給學生發展領導與團體互動技巧。允許以學生為中心的討論方式，進行專題研討，或進行有邏輯的、有組織的、有思辨的、有分析的、一問一答的蘇格拉底式對話。

2. 學習歷程調整策略

(1) 高層次思考

教學策略宜從較低的思考層次（如：記憶、瞭解）轉移到較高的認知層次，目的在讓學生能更深入參與學習，促使其有進行「應用、分析、評鑑與創造」資訊的能力，而非獲得一些事實和技能。

(2) 開放式問題

開放式問題需要反映在教師問問題的技巧及所提問的問題內容；它也會影響學習活動與教材的設計，與如何評量學生回答問題的方式。其實施方法如下：

- ① 鼓勵很多學生提出回答；
- ② 鼓勵學生對學生，而不是教師對學生的互動模式；
- ③ 引導學生有更多完整和更複雜的回答；
- ④ 允許學生提出知識性的答案；
- ⑤ 鼓勵學生自我提問，也向同學及教師發問；
- ⑥ 刺激學生對於某個主題有更深入的和探究。

(3) 發現式學習

發現式學習的重點在於協助學生自己發現、自己習得知識。學生須找出意義、結構，自行組織整合想法。學生須進行「觀察、分類、命名、描述和推理」，並自行歸納出結論或推論到其他情境。透過實作，而不只是聽，學生學會如何作歸納式思考；從許多事物、事件或現象中（已呈現出或被觀察到的）看出其中的規律性；且覺察出為何出現特定規律性的背後原因。

(4) 推理的證據

讓資優學生能察覺自己思考的心理歷程，能解釋自己得到答案的分析過程，並能聆聽或觀察別人如何分析問題，以便能控制或更精進其思考歷程。

(5) 選擇的自由

資優學生需要有選擇研究主題的自由，還有能運用不同的方法來處理操作與轉換資訊，並能選擇創造以不同的型態來呈現作品，以及選擇適合自己的研究學習環境。當教師讓學生有選擇的自由時，須

要讓學生知道自由的程度、範圍與方式，以及學生如何從中獲益。

(6) 團體式的互動

教師可以運用同質分組、異質分組、跨年級分組等彈性的分組活動，鼓勵資優學生彼此互動，或與普通班學生互動，鼓勵合作學習。

(7) 彈性的教學進度

教師在學生學習情境中所呈現的資訊材料，傳授及引導學生的速度要有彈性，以適合學生不同的特質。調整進度不應縮減學生的思考時間。在標準課程或必要課程內容的加速，目的是要讓學生有更多的時間去作思辨和分析。

(8) 多樣性的歷程

- ① 在教學過程中，靈活運用各種適當的教學方法，如：區分教學、合作學習，並鼓勵學生參與討論、模擬、遊戲、小組活動等。
- ② 使用多種不同的教學媒介：影片、演講、電視、操作示範、戶外教學、電腦教學、學習中心（或稱學習角）等。
- ③ 多樣性歷程的調整允許所有的學生在相同的時間，可以做不同的事情。

(9) 其他：本手冊未提及之調整策略，但是對資優學生學習歷程之調整有幫助的策略均屬之，教師可自行發展與運用。

(三) 學習環境

1. 學習環境調整原則

學校應提供具有挑戰性、豐富的探索、討論及創作的物理環境，例如：在校園設計學習中心或提供個別學習桌，並可利用校外環境進行參觀、實察或訪談。學校應提供尊重、互動、接納及支持的心理與社會環境，以激發學生的學習動機，以及增進展現創意思考潛能的行為。綜上所述，學習環境包括：物理環境、心理與社會環境及結合校外資源與環境，分述如下：

- (1) 物理環境：應提供學生觸手可及的資源與教材，以滿足其學習的程度；保持開放性的空間，以利彈性分組活動。
- (2) 心理與社會環境：以學生學習需求為中心，而非以教師專長或教學內容為中心；以獨立學習為焦點，而非強調依賴；對於學生的新穎想法、創新和探索行為，持開放的態度；運用各種教學分組方式，提供各種分組的選擇；促進資優學生與其同年齡、同智力的同儕互動。
- (3) 校外資源與環境：除了教室內的學習環境，教師應掌握、彙整及連結社區與社會資源，將學習環境擴展到校園之外，如：參加校外競賽、觀察自然生態環境、參訪文化創意、媒體出版、資訊科技、機械設備、廢棄物清理等產業，或訪談各行各業的學者專家等。

2. 學習環境調整策略

(1) 調整物理的學習環境

- ① 教室空間有利於教師、學生與同儕進行會議、開放式問題討論、小團體或大團體活動、獨立研究或探索、及可進行分組教學活動，且分組能保持彈性。
- ② 規劃可支持學生自我管理的學習區域。

(2) 營造社會-情緒的學習環境

- ① 學生的活動、作品和想法能適度呈現及討論。
- ② 教師在計畫、教學和成果評鑑時，會充分考慮學生的選擇。
- ③ 學生具備成為獨立學習者的探究技巧和自我評鑑的能力。

(3) 規劃有回應的學習環境

- ① 在此環境中，資優學生不僅有機會可以根據自己的學習速度，獨立工作，也可以因其學習需求，與其他學生分組一起學習。教師能即時給予學生回饋，學生也會對教師的回饋予以回應，甚至讓學生有機會擔任主導者。
- ② 有回應的學習環境應掌握以下要件：
 - a. 在教學中統整智慧的過程；
 - b. 設計區分性的教學內容；
 - c. 評量學習者的知識、理解程度和興趣；
 - d. 進行個別化教學；
 - e. 進行教學與學習的評鑑；
 - f. 對整體教學過程能進行反思並融入所有新獲得的思維，然後重新調整學習計畫。

(4) 有挑戰性的學習環境

高能力的學生需要一個有挑戰性的環境，此環境應以學生為中心，鼓勵學生保持開放、有行動力的態度，培育複雜與獨立，並支持高能力學生的認知、情感與社會發展。分組實作應保持彈性，滿足學生的學習需求。

(5) 調查與運用社區資源

教師應掌握校內外的學習資源，例如：良師典範、雲端互聯網、線上課程、社區服務、暑期學習、大專校院、博物館、美術館、國家圖書館、自然生態環境、相關企業實習、各行各業的專家等，運用真實的學習環境，讓學習變得非常自然而有效，並讓學習可以從教室延伸到學校附近的社區、縣市或其他國家。

(6) 其他：本手冊未提及之調整策略，但是對資優學生學習環境之調整有幫助的策略均屬之，教師可自行發展與運用。

(四) 學習評量

1. 學習評量調整原則

依個別輔導計畫實施多元評量，且該領域/科目資優學生的評量標準，宜提高目標層次，引導自我設定目標的獨立學習或自我評鑑，亦可以多元智能的觀點，提供符合其學習風格與優勢智能的彈性措施，避免重複練習造成之浪費與厭倦感。每學期末，應彙整學生的個別學習成果評量資料，召開資優資源班課程及教學研究會議，修改並擬訂下學期的個別輔導計畫。

- (1) 蒐集真實的學習成果：依據學生個別輔導計畫，實施與調整個別評量，包括：教學前，評量學生的起點行為、教學過程中的形成性評量、教學結束後，依據學年與學期目標，進行總結或成果評量。且學校實施多元評量，應考量領域/科目的性質、教學目標與內容、學生學習優勢及特殊教育需求。
- (2) 設定適宜的評量標準：資優學生學習其優勢領域/科目時，宜提高目標層次，並引導其自己設定目標，可避免重複練習造成之浪費與厭倦感，也可以作為評量的依據。或允許學生以自行設計的評量標準與方式來展現其對內容和歷程的理解。
- (3) 避免外加的評量與作業：教師應調整或替換資優學生優勢領域/科目的課程評量與家庭作業，而非額外增加。不要因為資優學生在課堂中提早完成功課，又給予更多相似的作業。
- (4) 強調創造生產行為的評量：教師應多鼓勵學生挑戰既存的想法，並創造新的想法；促進學生的作品能媲美該領域/科目專業人士的表現；鼓勵學生創作產品或解決真實世界的議題。
- (5) 鼓勵多元及學生擅長的方式表達：指導學生溝通與表達技巧，鼓勵學生以不同的方式表達想法與作品。

2. 學習評量調整策略

(1) 發展合適的評量工具

- ① 為充分瞭解學生的學習歷程與成效，宜針對教學目標，擬定適合的評量方式，例如：正式或非正式的評量；標準化或非標準化的評量；教師評量、檔案評量、同儕評量或學生自我評量；紙筆測驗、實作評量或教師觀察等，且評量的最終目的不是為了打分數，而是為了幫助學生瞭解已經精熟與尚需加強的部分，並作為教師日後課程設計及修正教學的參考。
- ② 教師可在課中或課後隨時記錄學生的學習情形，如：學習態度、作業內容、發表能力、測驗結果、優異表現、有待補救等部分。適時評量並記錄學生在各階段學習目標之達成情形。

(2) 訂定區分性的評量標準

- ① 除了針對資優學生的優勢領域/科目訂定較高的評量標準，也應針對不同學習程度的資優學生，訂定區分性、個別化的評量標準。

關於針對資優學生的優勢與非優勢領域/科目則宜訂定不同的評量標準。

② 學習評量或作品要能提供機會讓資優學生表現以下特性：

- a. 具備專業特質；
- b. 能處理實際問題
- c. 有人文社會關懷；
- d. 能綜合資訊，而非摘要資訊；
- e. 能進行自我評價。

(3) 呈現多元的實作與作品

① 傳統的紙筆測驗無法評量大部分資優課程之教學目標與成果，例如：創造產出、探究與解決真實問題，但是多元的實作與作品允許學生表現其創造力與問題解決能力。

② 強調學生完成複雜、高層次的學習成果，以多元的作品表達展現，學生形成作品需要應用新的技能與概念，而不只是回憶知識和事實的作品，學生可依其學習的風格與能力，一起和教師討論與選擇實作與作品呈現的方式，如下：

- a. 書面：研究報告、讀書報告、文章、考試等。
- b. 視覺：海報、長條圖、圓餅圖、圖示、折線圖等。
- c. 表演：實驗、模擬、演示、舞蹈等。
- d. 口頭：辯論、口頭報告、圓桌會議、班級會議、演講、評論等。
- e. 綜合：運用上述兩種或兩種以上類型的作品，如：展覽、比賽遊戲、發明、多媒體投影片、網頁等。

(4) 其他：本手冊未提及之調整策略，但是對資優學生學習評量之調整有幫助的策略均屬之，教師可自行發展與運用。

教師可運用上述課程調整四大向度的原則與策略，配合所任教資優學生的學習風格、興趣、能力與學習特殊需求，據以進行課程調整。本手冊發展之調整策略不僅適合調整資優學生的優勢學科領域課程，也適合調整其普通教育課程，例如：數學資優學生的社會領域課程，可採跨科目之統整教學，而非分科教學。

四、參考資源

- 王振德(1996)。我國資優教育課程與教學之問題與改進芻議。資優教育季刊, 59, 頁 11-15。
- 王振德(1996)。國民中小學資優教育課程與教學實況調查研究。特殊教育研究學刊, 14, 頁 207-227。
- 王振德(2000)。資優教育課程發展及其相關問題。載於中華資優教育學會(編), 資優教育的全方位發展(357-373 頁)。臺北市: 心理。
- 吳昆壽(2009)。資優教育概論(第2版)。臺北市: 心理。
- 呂金燮、李乙明譯(2003)。資優課程。臺北市: 五南。譯自 Joyce Van Tassel-Baska (1994). *Comprehensive Curriculum for Gifted Learners* (2nd ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.
- 花敬凱譯(2007)。啟迪資優——如何開發孩子的潛能。臺北市: 心理。譯自 Barbara Clark (2002). *Growing up gifted* (6th ed.). Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- 侯雅齡等譯(2014a)。資賦優異學生教材教法(上)。臺北市: 華騰。譯自 Frances A. Karnes & Suzanne M. Bean (Eds.) (2009). *Methods and materials for teaching the gifted* (3rd ed.). Waco, TX: Prufrock.
- 侯雅齡等譯(2014b)。資賦優異學生教材教法(下)。臺北市: 華騰。譯自 Frances A. Karnes & Suzanne M. Bean (Eds.) (2009). *Methods and materials for teaching the gifted* (3rd ed.). Waco, TX: Prufrock.
- 郭靜姿(1986)。誰適合加速? 資優教育季刊, 66, 頁 1-12。
- 郭靜姿編(2015)。資優教育課程設計與教學模式應用。臺北市: 華騰。
- 陳長益、陳美芳、陳偉仁主編(2011)。分散式資優資源班經營實務手冊。臺北市: 教育部。
- 潘裕豐(2004)。資優生獨立研究課程設計的理念與應用探討。資優教育季刊, 92, 頁 12-21。
- 蔡典謨譯(2001)。濃縮課程。臺北市: 心理。譯自 Sally M. Reis, Deborah E. Burns & Joseph S. Renzulli (1992). *Curriculum Compacting: The Complete Guide to Modifying the Regular Curriculum for High Ability Students*. Mansfield Center, CT: Creative Learning.
- 蔣明珊(1996)。臺北市國小資優資源班課程內容之調查分析。特殊教育研究學刊, 15, 頁 331-350。
- 蔣明珊(2006)。課程調整的內涵。載於蔣明珊(編), 學習不落單——語文教室裡的課程調整(3-88 頁)。臺北市: 心理。
- 盧台華(2011)。從個別差異、課程調整與區分性教學的理念談新修訂特殊教育課程綱要的設計與實施。特殊教育季刊, 119, 頁 1-6。
- 謝建全(2013)。資賦優異者之教育。載於王文科(編), 特殊教育導論(39-82 頁)。臺北市: 五南。

- Arkansas State Department of Education (2009). Rules gifted and talented program approval standards. August 1, 2016, Retrieved from http://www.arkansased.gov/public/userfiles/Learning_Services/Gifted%20and%20Talented/2009_GT_Revised_Program_Approval_Standards.pdf
- Auld, C., Brown, J., Duffy, M., Falter, N., Hammond, T., Jensen, D., Schlager, C., Senseney, A., Ward, N. (2000). Promising curriculum and instructional practices for high-ability learners manual. Lincoln, NE: Nebraska State Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED448562)
- Bauer, S., Berkstein, P., Pittel, A., & Koury, G. (2014). Gifted students: Recommendations for teachers. August 1, 2016, Retrieved from <http://www.education.udel>
- Berger, S. L. (1991). Differentiating Curriculum for Gifted Students. In Department of Education and Training, Australian Government (2012). Gifted and Talented Education: Professional Development Package for Teachers Module 5. August 1, 2016, Retrieved from <https://docs.education.gov.au/documents/gifted-and-talented-education-professional-development-package-teachers-module-5>
- Clark, B. (2008). Growing up gifted (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- Johnson, G. M. (2000). Schoolwide enrichment: Improving the education of students (at risk) at promise. Teacher Educator, 27(4), 45-61.
- Kentucky Advisory Council for Gifted and Talented Education & Kentucky Department of Education (2016). GT Handbook. August 1, 2016, Retrieved from <http://kagegifted.org/for-educators/gt-handbook/>
- Maker, C. J. & Nielson, A. B. (1996). Curriculum development and teaching strategies for gifted learners (2nd ed.). Austin, TX: Pro-Ed.
- Maryland State Department of Education (2015). Criteria for excellence: Gifted and talented education program guidelines. August 1, 2016, Retrieved from <http://www.marylandpublicschools.org/msde/programs/giftedtalented/docs/CriteriaExcellenceGTPProgramGuidelines2015.pdf>
- Pennsylvania Department of Education (Ed.) (2014). Gifted Education Guidelines. Harrisburg, PA: Pennsylvania Department of Education.
- Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2004). Curriculum compacting: A research-based differentiation strategy for culturally diverse talented students. In Diane Boothe & Julian C. Stanley (Eds.), In the eyes of the beholder: Critical issues for diversity in Gifted Education (pp. 87-100). Waco, TX: Prufrock.
- Texas Education Agency (2009). Texas State plan for education of gifted

and talented students. August 1, 2016, Retrieved from
http://tea.texas.gov/Curriculum_and_Instructional_Programs/Special_Student_Populations/Gifted_and_Talented_Education/Gifted_Talented_Education/

Van Tassel-Baska, J. & Stambaugh, T. (2006). Comprehensive curriculum for gifted learners (3rd ed.). Boston, MA: Pearson/Allyn and Bacon.

肆、課程調整分論－數學領域教學示例

本部分為課程調整分論，邀請各教育階段資優班教師（如表 1）針對其任教資優學生的身心特質與學習特殊需求，發展「數學領域」課程調整教學活動示例，並進行實際教學、檢討與修正，共完成 10 件教學示例，提供學校及教師發展與調整資優學生課程之參考，其目的係在協助教師更清楚資優學生課程設計理念，及熟悉調整步驟、策略的使用。教師執行課程調整時，應依其擔任教學之資優學生特質及需求評估，發展適合其任教資優學生的教學活動，而非完全照著教學示例實施。

表 1：參與研訂及提供數學領域課程調整教學示例之教師名單

（依教育階段排序）

姓名	職稱	服務單位	教學示例之領域/科目
宋雅筠	教師	高雄市三民區十全國民小學	數學
陳清桔	教師	高雄市三民區愛國國民小學	數學
陳彥霖	教師	高雄市立前峰國民中學	數學
蔡忠翰	教師	高雄市立福誠高級中學	數學
張彥平	教務主任	國立高雄師範大學附屬高級中學	數學
陳光鴻	教師	臺中市立臺中第一高級中學	數學

一、資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

(一) 我的聰明「計」 宋雅筠

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域(<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/ 新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域(<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地 球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域(<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班(區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案		
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input checked="" type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級		
單元(活動)名稱	我的聰明「計」		
教學時間	本單元建議時數：4 節	教學設計者	宋雅筠
設計理念	本班資優學生對數字的敏感度高，會計算四則運算的問題，能使用乘、除的運算概念，逐漸取代以加、減來計算數學問題。檢視 105 學年度南一版第七冊第八單元「整數四則」課程，內容偏重兩步驟加減混合計算與併式，再佐以教導先乘除後加減的解題策略。此課程內容的深度與問題層次的變化性都不具符應資優學生的學習需求，為了使數學佈題上增加難度(避免使用提示性文字如共、少)、擴充至三步驟解題，熟練學生四則計算問題，所以採用任務情境的合併式挑戰，激發資優學生數學的分析、應用能力和創作潛能。		
學習目標	1. 學生能熟練整數四則混合運算，並解決生活中的問題。 2. 學生能在具體情境中，解決三步驟問題並列出適當併式。 3. 學生能熟練四則運算的性質簡化計算。		
學習表現	1. 學生能熟練三步驟問題的併式計算與四則混合計算之約定。 2. 學生能熟練三步驟計算中加減與部分乘除計算的規則並能應用解題。		
學習內容調整	1. 重組：以併式計算、整數四則、三步驟併式等重要課程概念，透過任務情境的教學包裝，形塑新的課程組合安排，鼓勵學生有應用能力替代普通班課程中的反覆練習固定習題。 2. 濃縮：將整數四則計算的單元進行課程濃縮設計與教學，鼓勵學生換個方式嘗試，展現多元的數學解題策略。 3. 內容調整示例如下：		
	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input type="checkbox"/> 加廣 <input checked="" type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目 統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____		

	原普通班課程佈題	資優班任務情境式的教學	
	<p>2 把做法用一個算式記下來</p> <p>1 1打鉛筆有12枝，文具店進貨了3打黃色鉛筆和7打藍色鉛筆，共進貨了幾枝鉛筆？</p> <p>$12 \times (3+7)$ $= 12 \times 10$ $= 120$</p> <p>答：120枝</p> <p>3 1個水梨賣95元，3個西瓜賣600元，媽媽各買1個，共花了幾元？</p> <p>$95+600 \div 3$ $= 95+200$ $= 295$</p> <p>答：295元</p>	<p>任意抽選四張撲克數字牌(先扣除人頭娃娃牌)作為整數四則運算題目，再抽取一張撲克數字牌作為答案。學生利用加、減、乘、除或括號等運算符號，算出指定答案並完成列式。</p> <div><div>♣7</div><div>♦1</div><div>♥6</div><div>♠9</div><div>♣3</div></div> <p>1 $6 - (9 - 7 + 1) = 3$ 2 $(7 - 1) - (9 - 6) = 3$ 3 $6 \times 1 \div (9 - 7) = 3$</p>	
學習歷程調整	<p>1. 高層次思考：從數學問題的佈題著手，以任選數字卡拼組成任務所需條件的方式，鼓勵學生分析數字間的關係，進而創造出無限的列式可能。</p> <p>2. 開放式問題：每道數學任務無絕對的標準答案作法，學生可依循自己的理解能力進行解題，甚至允許利用超齡的方式完成任務（本班部分同學會利用根號來解題）。</p> <p>3. 團體式的互動：本課程初先以異質性團體進行問題的示例與操作，待全體學生熟練規則後，最後的挑戰目標則是在同質性團體中以競速的方式尋求解答，因應不同學習特質的學生給予適性的學習任務，滿足學生的學習需求。</p> <p>4. 多樣性的歷程：課程利用小組合作、分組競賽、遊戲（以撲克牌為吸引力）、區分性教學（數字卡的選取範圍依能力優異分大數字組與小數字組）等媒介，引發學生的學習動機與學習熱忱。</p>	<p>調整策略：</p> <div><div><input checked="" type="checkbox"/>高層次思考</div><div><input checked="" type="checkbox"/>開放式問題</div><div><input type="checkbox"/>發現式學習</div><div><input type="checkbox"/>推理的證據</div><div><input type="checkbox"/>選擇的自由</div><div><input checked="" type="checkbox"/>團體式的互動</div><div><input type="checkbox"/>彈性的教學進度</div><div><input checked="" type="checkbox"/>多樣性的歷程</div><div><input type="checkbox"/>其他：_____</div></div>	
學習環境調整	<p>1. 營造社會-情緒的學習環境：學生在異質性團體中有較佳的解題方式時，會邀請該生在他組異質性團體中發表，營造見賢思齊的學習氛圍，也使具備有同樣能力的學生有前進的目標。</p> <p>2. 規劃有回應的學習環境：針對學習速度超前的學生，可給予較高層次的任務（有些學生有平方概念，可鼓勵在列式中使用平方），並製造機會讓能力優秀的學生擔任小老師職務。</p> <p>3. 有挑戰性的學習環境：教學目標期許學生不斷嘗試與創造更多可能的數學解題與併式，尤其多以運用乘、除法運算取代加、減法的計算。</p>	<p>調整策略：</p> <div><div><input type="checkbox"/>調整物理的學習環境</div><div><input checked="" type="checkbox"/>營造社會-情緒的學習環境</div><div><input checked="" type="checkbox"/>規劃有回應的學習環境</div><div><input checked="" type="checkbox"/>有挑戰性的學習環境</div><div><input type="checkbox"/>調查與運用社區資源</div><div><input type="checkbox"/>其他：_____</div></div>	
學習評量調整	<p>1. 訂定區分性的評量標準：</p> <p>(1) 能力相當優異的學生：合併列式創造兩種以上的可能，當學生創作出第三組以上算式，斟酌給予表現的加分機會。任務的目標鼓勵延伸問題答案的變化度。</p>	<p>調整策略：</p> <div><div><input type="checkbox"/>發展合適的評量工具</div><div><input checked="" type="checkbox"/>訂定區分性的評量標準</div></div>	

	(2) 能力不錯的學生：合併列式創造兩種的可能。 (3) 評量標準與作法如下所示： <table><tr><td>能力相當優異的學生</td><td>能力不錯的學生</td></tr><tr><td>7、4、8、2 → 3 (兩則以上列式)</td><td>7、4、8、2 → 3 (找出兩則列式)</td></tr><tr><td>4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~15 (或其他答案)</td><td>4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~10</td></tr></table>	能力相當優異的學生	能力不錯的學生	7、4、8、2 → 3 (兩則以上列式)	7、4、8、2 → 3 (找出兩則列式)	4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~15 (或其他答案)	4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~10	<input type="checkbox"/> 呈現多元的 實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
能力相當優異的學生	能力不錯的學生							
7、4、8、2 → 3 (兩則以上列式)	7、4、8、2 → 3 (找出兩則列式)							
4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~15 (或其他答案)	4 □ 4 □ 4 □ 4 = 1~10							
參考資料	105 學年度南一版第七冊第八單元「整數四則」。 數學奧林匹克 1997 年少年組大會初賽問題。							
教學流程簡案								
「活動一」數字迷宮								
一、引起動機：數字迷宮遊戲規則介紹。								
1. 從中國填字遊戲作為開端，再介紹數字迷宮的玩法。								
2. 允許學生亂槍打鳥嘗試錯誤。								
二、發展活動：解題策略分析。								
1. 思考在「數字不得重複」的條件下，解題的突破口是什麼？								
2. 引導討論在「數字不得重複」的條件下，總共有幾種不同的解法？								
3. 請學生分享自己的解法與作法。								
三、綜合活動：創意 DIY。								
1. 鼓勵學生思考「數字沒有範圍限制」，可以找到成功符合條件的數字迷宮嗎？								
2. 刺激學生自己開創題目的可能性，設計第二種不同的數字迷宮遊戲。								
「活動二」運算符號大搜查								
一、引起動機：認識括號。								
1. 教師介紹當「括號」遇到「先乘除後加減」，其運算的方式與調整作法。								
2. 引導學生思考兩個數字與運算符號的算式，當括號的位置不同時，答案是否相同？								
3. 練習大括號、中括號與小括號的數學計算。								
二、發展活動：練習列算式。								
1. 介紹「數學式」與「計算式」的不同。								
2. 搭配數字卡或撲克牌，教師任抽選 5 張牌，鼓勵學生利用「加減乘除」計算出答案。例：♠3 ♣6 ♥2 ♦9，計算出♦10 ⇨ 3×2÷6+9=10								
三、綜合活動：習題演練。								
1. 全班腦力激盪，練習四則運算。								

「活動三」競速大賽

一、引起動機：競速大賽暖身題。

1. 演算課本習題。
2. 小組分享彼此的解法。

二、發展活動：競速大賽。

1. 小組競賽：固定 4 張題目數字卡，變更 1 張答案數字卡。
2. 小組競賽：固定 1 張答案數字卡，變更 4 張題目數字卡。
3. 小組分享彼此的解法。

三、綜合活動：競速大賽終極板。

1. 增加問題的難度，將數字卡的 KQJ 列入題目庫內，請學生腦力激盪找出作法。
2. 全班合作競賽，與教師一分高下。
3. 小組分享彼此的解法。

「活動四」換個方式更有趣

一、引起動機：4 個 4 的大挑戰。

1. 引導學生思考 $4 \square 4 \square 4 \square 4 = ?$ 的無限可能。
2. 鼓勵多元解法與運用括號。
3. 小組分享作法。

二、發展活動：1234 的任意組合。

1. 教師佈題： $4 \square 3 \square 2 \square 1 = ?$
2. 鼓勵學生多元解法與運用括號。
3. 小組分享作法。

三、綜合活動：1~9 的任意組合。

1. 教師佈題：利用數字 1~9 找出總和介於 1~30 的數學式子。
2. 鼓勵學生嘗試多種可能，越瘋狂越好。
3. 小組討論彼此的列式。

我的聰明「計」

前言

經過四年的數學學習後，相信基本的「加、減、乘、除」一定考不倒各位同學聰明的頭腦，不過如果今天將利用這四個運算符號一起解題，你們猜想組合後的結果會有什麼有趣的現象嗎？不要急著回答，動動腦後再整理心得吧！

活動一 數字迷宮

下面有一個非常有趣的數字迷宮，只要填入一些不同的數字，這四個算式都永遠成立喔！小朋友你知道要填入什麼正確的數字嗎？

將 1 至 8 這八個數填入空格內（數字不可以重複），使每一行，每一列的算式都是正確的。

	—		=	
÷				+
=				=
	×		=	

	—		=	
÷				+
=				=
	×		=	

◎思考 1：你認為最多可以找出幾組不同的答案？為什麼呢？

◎思考 2：你認為數字迷宮裡必須先考慮的運算符號是什麼？為什麼呢？

活動二 數學奧林匹克

* 西元 1997 年少年組大會初賽問題：

請在 4 3 2 1 這四個數字之間加上 +、-、×、÷ 的符號，

求出答案為 2 ~ 10 的數學算式。符號使用幾次都沒有關係。

* 4 3 2 1 = 2

* 4 3 2 1 = 3

* 4 3 2 1 = 4

* 4 3 2 1 = 5

* 4 3 2 1 = 6

* 4 3 2 1 = 7

* 4 3 2 1 = 8

* 4 3 2 1 = 9

* 4 3 2 1 = 10

活動三 尋寶大賽

►Round 1 (固定手中四張數字牌)

牌數 答案				
牌數 答案				

►Round 2 (固定手中四張數字牌)

牌數 答案				
牌數 答案				

►Round 3（固定桌面上的答案牌）

牌數 \ 答案					
牌數 \ 答案					

►Round 4（固定桌面上的答案牌）

牌數 \ 答案					
牌數 \ 答案					

活動四 換個方式更有趣

請填入適當的運算符號，使數學算式等於答案。提醒你可以利用的運算符號有「加、減、乘、除」和數學符號「括號」。

►小叮嚀：

1. 每組算法都只有一種嗎？你可以找出和同學不同的做法，但答案卻相同嗎？
2. 當你熟悉這個有趣的填數遊戲，你可以發揮自己聰明的頭腦，使答案有更多不同的變化（例如：假設算式等於 10，並連續算到最大總和）。
3. 這是一個很好訓練運算能力的遊戲，小朋友要多加把握喔！

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 1 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 2 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 3 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 4 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 5 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 6 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 7 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 8 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$* \quad 4 \square 4 \square 4 \square 4 = 9 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

自我精進區 每組找出兩組以上不同的列算式方法

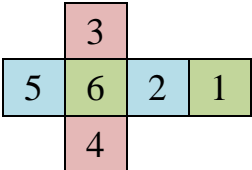



四張數字牌				答 案 區		
♠5	♣1	♥2	♦8	♣6	$(8-5) \times 2 \times 1 = 6$	
♠7	♣4	♥9	♦3	♦1		
♠6	♣2	♥4	♦9	♥5		
♠8	♣3	♥5	♦2	♠7		
♠9	♣7	♥1	♦4	♥3		
♠4	♣5	♥2	♦8	♣4		
♠3	♣9	♥5	♦6	♥2		
♠8	♣1	♥7	♦3	♠9		
♠2	♣8	♥9	♦5	♦6		
♠6	♣4	♥1	♦5	♥8		



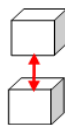


自我評量表 (圈選)

自 評	1	2	3	4	5
師 評	1	2	3	4	5
心得/收穫					
老師評語					

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域：數學 <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input checked="" type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	六和Yes ~ 猴 骰 晶			
教學時間	本單元建議時數：10 節	教學設計者	宋雅筠	
設計理念	<p>現行國小五年級普通數學課本內容，「幾何」類別以介紹垂直、平行、角度、面(體)積的計算等，而教學指引預估的上課節次有 19 節(實際上課節數可能更高)，但對本校學習功能優異的資優學生而言，此學習內容和學習節次存在某些不平衡，有低估學生的起始能力之疑慮，因為在中年級階段剛開始學習平面圖形時，學生已經理解兩線垂直、平行的概念，甚至遷移到兩面垂直和平行的認識，所以在高年級再教導已經習得的知識，無法提升學習效益。</p> <p>本教學活動以立體圖形骰子數學問題為基礎做延伸，配合學生的自主性學習(學生主動提出希望老師協助指導)、課程難度具備挑戰性(沒有標準答案或統一做法)、學習內容搭配普通班課程的概念(長方體與正方體)等面向設計而成。課程活動目標期望學生能藉由實作的過程中發現本問題的解決策略，學習透過用推理等高層次思考方式將數量關係列式，找到一般化的解釋模式。</p>			
學習目標	1. 學生能實作找出面面俱到幾何形體總和的最大值與最小值範圍。 2. 學生能實作找出表徵面面俱到幾何形體數量關係的一般化結果。			
學習表現	1. 學生能觀察較複雜的情境或模式中的數量關係並以算式(含使用未知數)正確表述，並據以推理或解題。 2. 學生能簡單推理情境中幾何形體的性質，並將關係以算式析出。 3. 學生能從資料或圖表的資料數據，解釋關於「可能性」的數學邏輯問題。			
學習內容調整	1. 加深：本校數學課程採用 102 學年度南一版教材，其中第九冊第五單元「長方體與正方體」，教材有教導從正方體展開圖的概念進行表面積的計算。資優班教學活動加深此概念的難度，結合骰子填數的問題進行課程討論。 (1) 一般骰子的填數關係是兩對面總和加總等於 7，以此展開			
	調整策略： <input type="checkbox"/> 重組 <input checked="" type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速			

	<p>圖為例說明：</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>(2) 但書中的問題提示，作者打破對面總和 7 的關係，任意填入六個數字於骰子展開圖中，這樣的填法有多少種？課程中帶領資優學生討論數字填法的配對方式（隱含選取與配對的組合觀念），加深正方體展開圖的概念，使其更具有變化性與複雜度。</p> <p>2. 加廣：102 學年度南一版數學第九冊第五單元「長方體與正方體」只有介紹此兩種幾何形體，而資優班教學活動加廣此活動的廣度，透過若干個立方體單位骰子組合各式各樣的幾何形體，補充普通課程沒有涉及、延伸的教學活動，也符合學生的探索興趣。</p> <p>(1) 當問題條件更複雜化時，經組合過後的幾何形體開始出現條件的限制，此刻應請學生觀察並歸納此複雜情境中的幾何、數量關係，再開始進行解題，逐步找出可以成功做出面面俱到的幾何形體。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">    </div> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>2 顆骰子，每面總和 6</td> <td>3 顆骰子，每面總和 8</td> <td>4 顆骰子，每面總和 10</td> </tr> </table> <p>補充說明：「面面俱到」意即可從六個方向（上、下面；左、右側；前、後方）分別直視幾何形體的六個面，每直視一個面其點數總和都相同。</p> <p>(2) 最後，引導學生能自行統整出成功面面俱到幾何形體的彙整表，以進一步解釋說明複雜情境中的幾何、數量關係。</p>	2 顆骰子，每面總和 6	3 顆骰子，每面總和 8	4 顆骰子，每面總和 10	<input type="checkbox"/> 跨領域／科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____
2 顆骰子，每面總和 6	3 顆骰子，每面總和 8	4 顆骰子，每面總和 10			
學習歷程調整	<p>1. 高層次思考：本教學活動鼓勵學生創作各式各樣的成功面面俱到幾何形體，非單一反覆要求學生熟悉長方體和立方體圖形；課堂中也引導學生去分析複雜情境中的幾何、數量關係，善用各種資源來解釋所觀察的現象，此等都取代普通班常使用的低層次思考（記憶、瞭解）來協助資優學生學習。</p> <p>2. 開放式問題：過程中透過老師問題的堆疊（有什麼是現在首要需解決的問題？作者的設計是正確的嗎？你如何嘗試或調整才可以突破原限制？），讓學生不斷地自問與自答，諸如：為什麼「面面俱到」遊戲只有三十顆骰子？四顆骰子、五顆骰子所組成的立體幾何形體變化有多少種？兩顆骰子「面面俱到」總和是否有不能成功的特例？</p> <p>3. 發現式學習：從製作骰子到命名骰子的過程中，引導學生化繁為簡的從兩顆骰子「面面俱到」開始著手探索，學生逐步發現骰子「面面俱到」總和有範圍性，可以成功的組數也不盡相同。</p>	<p>調整策略：</p> <div style="display: flex; flex-direction: column;"> <div> <input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考 <input checked="" type="checkbox"/> 開放式問題 <input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習 <input checked="" type="checkbox"/> 推理的證據 </div> <div> <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____ </div> </div>			

	<p>例如：學生描述兩顆骰子「面面俱到」總和 5 只有唯一性的一組的原因：因為總和 5 必須把點數 6 放在內藏面，因此要選擇點數 6 對邊是點數 5 的骰子，經比較後只有 6 顆骰子(骰子命名如附錄資料四所示)，仔細配對後只有一組可以成功。</p> <table border="1"><tr><th>總和 5</th><th colspan="2">編碼</th><th>圖例</th></tr><tr><td>第 1 組</td><td>1-4C</td><td>1-4E</td><td></td></tr></table> <p>4. 推理的證據：學生從兩顆骰子的實作過程中，找出複雜情境中的幾何、數量關係。</p> <hr/> <p>設三十顆骰子依序為 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5.....A_{30}</p> <p>A_1 六面點數和$\Rightarrow A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}+A_{15}+A_{16}=21$</p> <p>$A_2$ 六面點數和$\Rightarrow A_{21}+A_{22}+A_{23}+A_{24}+A_{25}+A_{26}=21$</p> <p>$A_3$ 六面點數和$\Rightarrow A_{31}+A_{32}+A_{33}+A_{34}+A_{35}+A_{36}=21$</p> <p>.....</p> <p>$A_n$ 六面點數和$\Rightarrow A_{n1}+A_{n2}+A_{n3}+A_{n4}+A_{n5}+A_{n6}=21$</p> <p>令 n 顆骰子所組合而成的幾何形體「面面俱到」總和為 S 值</p> <p>可得 $(n \text{ 顆骰子六面點數和}) - (\text{「面面俱到」總和} \times 6 \text{ 個面}) = \text{內藏面總和}$</p> <p> $n \times 21 - S \times 6 = S' \Rightarrow \text{【主要定理一】}$</p> <p>例：2I「面面俱到」總和 4，$n=2$、$S=4$ 代入本式$\Rightarrow (2 \times 21 - 4 \times 6) = 18$</p> <p>$\therefore 2 \leq 2I \text{「面面俱到」} S' \leq 12$</p> <p>2I「面面俱到」總和 4 之 $S'=18$ $18 > S'_{\max} 12$ 故無法成立</p> <div><table border="1"><tr><td>上下兩面可藏最小點數 1 和最大點數 6，內藏總和範圍 2~12。</td></tr></table></div> <hr/> <p>5. 團體式的互動：資優班以彈性的同質性分組（得以跨齡合作分組），使同時具有優異數學學術性向的同學相互合作與激盪，一同學習和產出。</p>	總和 5	編碼		圖例	第 1 組	1-4C	1-4E		上下兩面可藏最小點數 1 和最大點數 6，內藏總和範圍 2~12。	
總和 5	編碼		圖例								
第 1 組	1-4C	1-4E									
上下兩面可藏最小點數 1 和最大點數 6，內藏總和範圍 2~12。											
學習環境調整	<p>1. 調整物理的學習環境：本校資優班教室擁有六台可上網之個人電腦，當學生有遇問題時，可隨時使用電腦尋求相關資源，培養獨立學習的態度與精神。再者，當學生有想法與新解法產生時，教室內還有一面白板，學生可隨時記錄於白板中，讓同組不同普通班同學能在課餘時間於白板上進行討論與溝通(克服不用見面也可在學校與老師、同學進行意見交流)。</p> <p>2. 有挑戰性的學習環境：學生學習方式獨立自主，教師以學生為中心，允許學生有充分發言的機會和自行規劃組員任務，完全由學生掌握學習進程，邀請學生學習當小老師，教導同學相關推理的論證，以期讓每位學生讓團體中都能得到支持與挑戰。</p> <p>3. 調查與運用社區資源：結合暑期本校承辦之「與良師有約」活動，讓學生直接與歷屆科展優良指導老師進行對話，透過良師的引導和示範，使學生能了解科學研究範疇中所需克服的問題與研究者角色的任務，更清楚掌握現在需解決的研究問題，讓自己的解題目標更聚焦於可行有效益的方向。另也將學習的場域延伸到桃園市，藉由本數學問題的發想逐步擴展到數學研究，並參與數學科展競賽，遠到桃園市與各路好手相互觀摩學</p>	<p>調整策略：</p> <ul style="list-style-type: none"><input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境<input type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境<input type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境<input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境<input checked="" type="checkbox"/> 調查與運用社區資源<input type="checkbox"/> 其他：_____									

	習也齊步競爭，營造真實的學習環境，讓學生的數學研究經驗充滿正向、積極。	
學習評量調整	<p>1. 呈現多元的實作與作品：本課程在期中與期末皆會要求學生以書面報告方式繳交學習成果，並製作簡報，上台發表自己的研究發現。在課程中，學生也會不斷利用實作成品、筆記摘要、小組討論等方式傳達自己的已知，使資優班老師可以從多元的管道中觀察、瞭解學生的學習成效與個別差異。</p> <p>【實作評量標準：採師生互評，評分向度：筆記資料完整度 30%、作品說明書繕打完整度 30%、口頭發表 20%、研究態度參與度 20%】</p> <p>2. 其他（參與科展競賽）：因參與科學展覽競賽，主辦大會邀請數學領域學者專家發展評量標準，進而以此依據評估作品的表現與優異。藉此評量協助學生瞭解自己的競賽表現和臨場反應，提供見賢思齊的潛學習，鼓舞學生修正不足之處後，繼續努力精進。</p>	<p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/>發展合適的評量工具</p> <p><input type="checkbox"/>訂定區分性的評量標準</p> <p><input checked="" type="checkbox"/>呈現多元的實作與作品</p> <p><input checked="" type="checkbox"/>其他：參與科展競賽</p>
參考資料	<p>石峻維、陳盈安、吳孟芳（2015）。「索瑪」頻道—索瑪立方塊的研究與探討。中華民國第 55 屆中小學科學展覽會作品說明書。</p> <p>徐捷、黃胤維、林奕均、黃昱軒（2009）。面面俱到—n 邊形之面積最大、極小值。中華民國第 49 屆中小學科學展覽會作品說明書。</p> <p>曾美焉、鮑正芳（2014）。面面俱到。載於林碧珍、蔡寶桂（主編），數學魔術與遊戲設計（253-266 頁）。臺北市：書泉。</p> <p>黃毅、黃振宇、馬譽騰（2013）。平鋪圖形填數遊戲研究：鏡射交換，「翻」陳出新。中華民國第 53 屆中小學科學展覽會作品說明書。</p> <p>102 學年度南一版第九冊第五單元「長方體與正方體」。</p>	
教學流程簡案		
一、準備活動		
<p>（一）「面面俱到」數學問題的定義與遊戲規則澄清：</p> <ol style="list-style-type: none">1. 理解本數學問題的遊戲規則。2. 師生討論此問題要解決的要素：拼組幾何形體、拼組「面面俱到」總和。3. 師生討論如何簡化本數學問題：從小顆數骰子著手，先以兩顆骰子進行討論，再討論三顆骰子...N 顆骰子($N \geq 30$)。4. 師生討論遊戲條件的骰子組合：打破傳統對面總和 7 的骰子，此任意填數的骰子會有多少種可能的組合。 <p>（二）製作「面面俱到」數學問題所需之遊戲器材。</p>		
二、發展活動		
<p>（一）學生實作「面面俱到」幾何形體類型。</p> <ol style="list-style-type: none">1. 二維幾何形體類型：四顆骰子的拼組。2. 三維幾何形體類型：四顆骰子的拼組。		

(二)學生實作「面面俱到」幾何形體總和。

1. 兩顆骰子「面面俱到」總和，並討論、分析其中幾何圖形與數量關係。
2. 三顆骰子「面面俱到」總和，並討論、分析其中幾何圖形與數量關係。
3. 四顆骰子「面面俱到」總和，並討論、分析其中幾何圖形與數量關係。

(三)學生解釋、分析二維幾何形體與三維幾何形體，其幾何圖形與數量關係之差異。

1. 說明解釋二維幾何形體「面面俱到」總和存在的限制性。
2. 透過歸納與整理，找出幾何圖形與數量關係的一般化結果，並驗證二維幾何形體與三維幾何形體「面面俱到」的總和。

三、綜合活動

(一)問題討論一：從已知的討論結果類推到 N 顆($N \geq 30$)骰子的應用。

1. 利用圖形具有延伸性特質的二維幾何形體二~四顆骰子「面面俱到」的結果，找到一般化解釋原則，並類推到 N 顆($N \geq 30$)骰子二維幾何形體「面面俱到」總和的情形（類推的可能結果可見附錄資料二）。
2. 利用圖形具有延伸性特質的三維幾何形體四顆骰子「面面俱到」的結果，找到一般化解釋原則，並類推到 N 顆($N \geq 30$)骰子三維幾何形體「面面俱到」總和的情形。

(二)問題討論二：探索最多顆數骰子可拼組的「面面俱到」幾何形體及其總和。

1. 透過歸納與整理，找出 N 顆($N \geq 30$)骰子應用之結果，並進一步延伸探討 N 顆($N=30$)骰子極限圖形之「面面俱到」總和。
2. 綜合討論 N 顆($N=30$)骰子極限圖形之「面面俱到」最大總和與最小總和的範圍。

(三)重新檢視、驗證學生自己所找出的一般化數學結果是否可完整詮釋每個問題條件。

附錄一

示例學生利用兩顆骰子所製作出的二維幾何形體面面俱到總和的最大值~最小值。實地操作後發現 **2I「面面俱到」總和 5 只有唯一性的 1 組** (下圖 1)、**總和 6 有 13 組** (下圖 2)，都無法達到預設的完美比例組數。於是可知：同一個幾何形體但不同「面面俱到」的總和，並非全都可以做到完美比例的組數。


2I S=5	編碼		圖例
第 1 組	1-4C	1-4E	

圖 1 二顆骰子 2I 形體總和 5 之 1 組紀錄














2I S=6	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組
骰子圖					
圖例編碼	1-2A 1-3D	1-2C 1-6C	1-2E 1-6E	1-2F 1-3B	1-3A 1-4D
2I S=6	第 6 組	第 7 組	第 8 組	第 9 組	第 10 組
骰子圖					
圖例編碼	1-3C 1-6A	1-3E 1-6F	1-3F 1-4B	1-4C 1-6D	1-4E 1-6B
2I S=6	第 11 組	第 12 組	第 13 組	/	
骰子圖					
圖例編碼	1-5A 1-5F	1-5B 1-5C	1-5 E 1-5D		

圖 2 二顆骰子 2I 形體總和 6 之 13 組紀錄

附錄二

示例利用兩顆骰子幾何形體面面俱到總和推算不同圖形的一般化結果

以點數的「數量」討論「面面俱到」總和，我們提出一個策略：從內藏總和來分析「面面俱到」總和的範圍，以下圖 3 說明：

設三十顆骰子依序為 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 A_{30}

$$A_1 \text{ 六面點數和} \Rightarrow A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{15} + A_{16} = 21$$

$$A_2 \text{ 六面點數和} \Rightarrow A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} + A_{25} + A_{26} = 21$$

$$A_3 \text{ 六面點數和} \Rightarrow A_{31} + A_{32} + A_{33} + A_{34} + A_{35} + A_{36} = 21$$

.....

$$A_n \text{ 六面點數和} \Rightarrow A_{n1} + A_{n2} + A_{n3} + A_{n4} + A_{n5} + A_{n6} = 21$$

令 n 顆骰子所組合而成的幾何形體「面面俱到」總和為 S 值

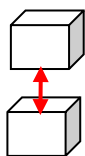
可得（ n 顆骰子六面點數和）－（「面面俱到」總和 \times 6 個面）＝內藏面總和

$$\hookrightarrow n \times 21 - S \times 6 = S' \Rightarrow \text{【主要定理一】}$$

例：2I「面面俱到」總和 4， $n=2$ 、 $S=4$ 代入本式 $\Rightarrow (2 \times 21 - 4 \times 6) = 18$

$$\therefore 2 \leq 2I \text{「面面俱到」} S' \leq 12$$

$$2I \text{「面面俱到」總和 4 之 } S' = 18 \quad 18 > S'_{\max} 12 \quad \text{故無法成立}$$



上下兩面可藏最小點數 1 和最大點數 6，內藏總和範圍 2~12。

圖 3：「面面俱到」總和規律分析表

三顆骰子組合而成的三連塊有兩種形體的拼組方式：3I 和 3L。從前導研究得知，三顆骰子「面面俱到」總和有其範圍性，我們以【主要定理一】 $n \times 21 - S \times 6 = S'$ ，計算出 3I 和 3L「面面俱到」總和的範圍，請見下圖 4。

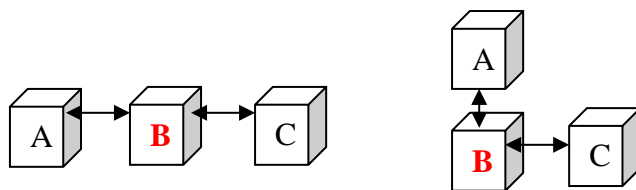


圖 4：3 顆骰子內藏點數分析圖

(一) 3 顆骰子內藏總和一共需要藏 4 面，其中 B 骰子會藏兩個數字，因此最小內藏總和 $1+(1+2)+1=5$ ；最大內藏總和 $6+(6+5)+6=23$ ，故可推知 3 連塊內藏總和範圍介於 5~23。

$$1. \text{ 3I「面面俱到」最大總和 6, } n=3, S=6 \text{ 代入本式} \Rightarrow (3 \times 21 - 6 \times 6) = 27$$

$$\therefore 5 \leq 3I \text{「面面俱到」} S' \leq 23$$

$$\text{另 3I「面面俱到」總和 6 之 } S' = 27 \quad 27 > S'_{\max} 23 \quad \text{故無法成立}$$

表 1：3I「面面俱到」總和分析圖

$n=3$ 代入本式 $\Rightarrow (3 \times 21 - S \times 6) = S'$			
S	6	5	4
S'	27	33	39
$S' > S'_{\max} 23$ 故無法成立			

由此表可知 3I 無法成功做出「面面俱到」

2. 3L「面面俱到」總和範圍之分析說明（下表 2）：





























表 2：3L「面面俱到」總和分析圖

$n=3$ 代入本式 $\Rightarrow (3 \times 21 - S \times 6) = S'$						
S	11	10	9	8	7	6
S'	-3	3	9	15	21	27
$S' 3 > S'_{\min} 5$ 故無法成立			介於 $5 \leq 3L$ 之 $S' \leq 23$ 故可做出「面面俱到」			$S' 27 > S'_{\max} 23$ 故無法成立

由此表可知 3L「面面俱到」總和可做出 7、8、9，三種類型

附錄三

示例學生利用三顆骰子所製作出的二維幾何形體面面俱到總和的最大值~最小值

3L 和=7	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組																				
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-3C</td><td></td></tr><tr><td>1-4F</td><td>1-6C</td></tr></table>	1-3C		1-4F	1-6C	<table><tr><td>1-3E</td><td></td></tr><tr><td>1-4A</td><td>1-6E</td></tr></table>	1-3E		1-4A	1-6E	<table><tr><td>1-2A</td><td></td></tr><tr><td>1-5F</td><td>1-5E</td></tr></table>	1-2A		1-5F	1-5E	<table><tr><td>1-2F</td><td></td></tr><tr><td>1-5A</td><td>1-5C</td></tr></table>	1-2F		1-5A	1-5C	<table><tr><td>1-3A</td><td></td></tr><tr><td>1-2B</td><td>1-6B</td></tr></table>	1-3A		1-2B	1-6B
1-3C																									
1-4F	1-6C																								
1-3E																									
1-4A	1-6E																								
1-2A																									
1-5F	1-5E																								
1-2F																									
1-5A	1-5C																								
1-3A																									
1-2B	1-6B																								
3L 和=7	第 6 組	第 7 組	第 8 組																						
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-3F</td><td></td></tr><tr><td>1-2D</td><td>1-6D</td></tr></table>	1-3F				1-2D	1-6D	<table><tr><td>1-3B</td><td></td></tr><tr><td>1-5D</td><td>1-2C</td></tr></table>	1-3B		1-5D	1-2C	<table><tr><td>1-3D</td><td></td></tr><tr><td>1-5B</td><td>1-2E</td></tr></table>	1-3D		1-5B	1-2E								
1-3F																									
1-2D	1-6D																								
1-3B																									
1-5D	1-2C																								
1-3D																									
1-5B	1-2E																								
3L 和=8	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組																				
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-5D</td><td></td></tr><tr><td>1-6C</td><td>1-2E</td></tr></table>	1-5D		1-6C	1-2E	<table><tr><td>1-5F</td><td></td></tr><tr><td>1-3C</td><td>1-5A</td></tr></table>	1-5F		1-3C	1-5A	<table><tr><td>1-4B</td><td></td></tr><tr><td>1-4D</td><td>1-2F</td></tr></table>	1-4B		1-4D	1-2F	<table><tr><td>1-2A</td><td></td></tr><tr><td>1-2B</td><td>1-5E</td></tr></table>	1-2A		1-2B	1-5E	<table><tr><td>1-5B</td><td></td></tr><tr><td>1-3E</td><td>1-6A</td></tr></table>	1-5B		1-3E	1-6A
1-5D																									
1-6C	1-2E																								
1-5F																									
1-3C	1-5A																								
1-4B																									
1-4D	1-2F																								
1-2A																									
1-2B	1-5E																								
1-5B																									
1-3E	1-6A																								
3L 和=8	第 6 組	第 7 組	第 8 組	第 9 組	第 10 組																				
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-4F</td><td></td></tr><tr><td>1-3A</td><td>1-6E</td></tr></table>	1-4F		1-3A	1-6E	<table><tr><td>1-3B</td><td></td></tr><tr><td>1-4E</td><td>1-6F</td></tr></table>	1-3B		1-4E	1-6F	<table><tr><td>1-2C</td><td></td></tr><tr><td>1-4A</td><td>1-3D</td></tr></table>	1-2C		1-4A	1-3D	<table><tr><td>1-2D</td><td></td></tr><tr><td>1-6B</td><td>1-5C</td></tr></table>	1-2D		1-6B	1-5C	<table><tr><td>1-4C</td><td></td></tr><tr><td>1-6D</td><td>1-3F</td></tr></table>	1-4C		1-6D	1-3F
1-4F																									
1-3A	1-6E																								
1-3B																									
1-4E	1-6F																								
1-2C																									
1-4A	1-3D																								
1-2D																									
1-6B	1-5C																								
1-4C																									
1-6D	1-3F																								
3L 和=9	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組																				
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-6A</td><td></td></tr><tr><td>1-5D</td><td>1-2D</td></tr></table>	1-6A		1-5D	1-2D	<table><tr><td>1-6F</td><td></td></tr><tr><td>1-5B</td><td>1-2B</td></tr></table>	1-6F		1-5B	1-2B	<table><tr><td>1-3B</td><td></td></tr><tr><td>1-6E</td><td>1-4F</td></tr></table>	1-3B		1-6E	1-4F	<table><tr><td>1-3D</td><td></td></tr><tr><td>1-6C</td><td>1-4A</td></tr></table>	1-3D		1-6C	1-4A	<table><tr><td>1-3A</td><td></td></tr><tr><td>1-4C</td><td>1-3C</td></tr></table>	1-3A		1-4C	1-3C
1-6A																									
1-5D	1-2D																								
1-6F																									
1-5B	1-2B																								
1-3B																									
1-6E	1-4F																								
1-3D																									
1-6C	1-4A																								
1-3A																									
1-4C	1-3C																								
3L 和=9	第 6 組	第 7 組	第 8 組	第 9 組	第 10 組																				
骰子圖																									
圖例編碼	<table><tr><td>1-3F</td><td></td></tr><tr><td>1-4E</td><td>1-3E</td></tr></table>	1-3F		1-4E	1-3E	<table><tr><td>1-2C</td><td></td></tr><tr><td>1-5F</td><td>1-5E</td></tr></table>	1-2C		1-5F	1-5E	<table><tr><td>1-2E</td><td></td></tr><tr><td>1-5A</td><td>1-5C</td></tr></table>	1-2E		1-5A	1-5C	<table><tr><td>1-6D</td><td></td></tr><tr><td>1-4D</td><td>1-2A</td></tr></table>	1-6D		1-4D	1-2A	<table><tr><td>1-6B</td><td></td></tr><tr><td>1-4B</td><td>1-2F</td></tr></table>	1-6B		1-4B	1-2F
1-3F																									
1-4E	1-3E																								
1-2C																									
1-5F	1-5E																								
1-2E																									
1-5A	1-5C																								
1-6D																									
1-4D	1-2A																								
1-6B																									
1-4B	1-2F																								

附錄四

三十顆骰子的名詞定義

為方便記錄與說明，我們將三十顆骰子依序編碼。如骰子點數 1 對面是點數 2，剩餘四數的排列方式為 3456，我們以 1-2A 表示；若骰子點數 1 對面是點數 3，剩餘四數的排列方式為 2465，我們以 1-3B 表示，其餘以此類推。

	A	B	C	D	E	F
1-2	3456	3465	3546	3564	3645	3654
1-3	2456	2465	2546	2564	2645	2654
1-4	2356	2365	2536	2563	2635	2653
1-5	2346	2364	2436	2463	2634	2643
1-6	2345	2354	2435	2453	2534	2543

附錄五

示例課程進行的教學花絮與學生討論實景

	
<p>成功示例之三維幾何形體「面面俱到」</p>	
	
<p>學生創作骰子「面面俱到」的極限圖形</p>	<p>學生自主性討論並將討論結果紀錄於黑板</p>

(三) 鑲嵌的異想世界 (多邊形與扇形) 陳清桔

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input checked="" type="checkbox"/> 不同領域跨科 <input checked="" type="checkbox"/> 議題融入	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input checked="" type="checkbox"/> 其他： <u>藝術與人文領域</u>
議題名稱	環境教育		
安置型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案		
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input checked="" type="checkbox"/> 四年級 <input checked="" type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級		
單元 (活動) 名稱	鑲嵌的異想世界 (多邊形與扇形)		
教學時間	本單元建議時數：4 節	教學設計者	陳清桔
設計理念	學生在學習「空間與形狀」基礎概念反應理解佳，一般課程無法使學生展現對數學的理解及思考技巧應用。透過區分性設計，使學生能以實作方式進行積極主動參與幾何教材的圖形之平移、翻轉、組合等型態變化，延伸進行創作，結合藝術領域的設計概念，使創作能更有深度，最後回歸生活情境進行生活中不同的設計佈置，包含多元面向，使創作不單調。		
學習目標	熟悉平面圖形的各種意義及要素，利用幾何圖形的基本性質，達到以下目標： 1. 學會利用平面圖形進行鑲嵌圖形排列變化。 2. 學會分析主題創作所運用的變化規則。 3. 學會運用相關能力創作主題。		
學習表現	利用生活中常見的柱體上的鑲嵌圖形引導學生進行生活中的再發現，作為日後能充分利用鑲嵌圖形進行表面設計，使學生更進一步整理出圖形組合的類型，並透過鑲嵌圖形的基礎認識 (正則、半正則)，打破正多邊形的鑲嵌規則 (非正則)，讓學生利用正多邊形組合中產生新的創意變化，添加趣味意旨。		
學習內容調整	1. 重組：利用創意設計的方式進行平面圖形概念重組，精熟並應用平面圖形性質。例如：三角形、四邊形、多邊形的角度及邊長變化等。 2. 加廣：利用平面圖形的幾何性質延伸應用到生活上藝術創作，例如：磁磚拼貼、服裝設計。 3. 跨領域/科目統整教學主題：學生可以利用此活動進行獨立研究探討多邊形鑲嵌問題、平面及立體鑲嵌變化的藝術創作等。		
		調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____	

學習歷程調整	運用區分式教學法進行，並以下列教學策略輔之： 1. 高層次思考：指導學生運用手邊獲得的資訊進行推理並做思考判斷，藉由與他人互動進行演繹歸納，發展學生批判思考的態度與精神，養成質疑與評估的習慣。 2. 團體式互動：二人以上為一組，進行上課內容的問題討論、學習單填寫，並將討論結果以小組進行發表。 3. 多樣性的歷程：教學過程中以區分性教學為主軸，鼓勵學生進行小組活動、自主主題選擇創作。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考 <input type="checkbox"/> 開放式問題 <input type="checkbox"/> 發現式學習 <input type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習環境調整	1. 調整物理的學習環境：課程中所觀察的相關物品均不止於教室內，隨著課程的發展，教師可使用不同的環境作為媒介。 2. 營造社會-情緒的學習環境：教學進行時，以學生為中心，進行小組內的合作探索，使學生可以相互分享，促進創新學習。 3. 有挑戰性的學習環境：教師引導學生透過問題瞭解，應用不同的媒材進行不同程度的挑戰，營造出具有挑戰性的環境。 4. 調查與運用社區資源：教師可以連結專業人員進行課程延伸，使學生能將學習運用至真實環境。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整	1. 訂定區分性的評量標準：針對不同理解程度進行區分性分組，不同水準給予不同任務及活動安排，組內學生相互協助進行組內成員回饋及自我回饋。 2. 呈現多元的實作與作品：學生採以學習單進行初步引導，成果階段以綜合不同發表方式進行分享，可以將所設計的內容進行實作與口頭、書面等方式呈現。	調整策略： <input type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input checked="" type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料	國小數學課本康軒版第 11 冊 (2016)：第三單元多邊形與扇形。 高雄市資優中心 (2013)。102 年教師創造能力、領導才能及特殊需求教學工作坊研習活動。	
教學流程簡案		
<div>一、課前準備</div> <div>1. 瞭解學生對形狀、面積等數學單元的學習反應情形</div> <div>2. 依學生反應進行同質性分組</div> <div>二、準備活動 (1 節課)</div> <div>(一) 教師引導與示範：</div> <div>1. 使學生瞭解面積與圖形鑲嵌的關係。</div> <div>2. 解釋何謂鑲嵌圖案，介紹「正鑲嵌」、「半正則鑲嵌」等概念。</div> <div>(二) 學生實作：</div> <div>1. 小組製作各式多邊形圖形。</div>		

2. 操作「正鑲嵌」、「半正則鑲嵌」，試圖找出多種排法。

三、發展活動（2 節課）

（一）教師引導與示範：

1. 舉例生活中有哪些鑲嵌圖形應用，並請各組針對小組內進行主題選擇及討論。

（二）學生實作：

1. 學生針對所選主題進行討論，分析所需的製作道具及時間。

四、綜合活動（1 節課）

1. 學生針對所設計的產品進行分享，並由教師與其他學生給予回饋。

2. 請學生反思圖形運用有何共通性。

3. 說明創作與呈現上所遭遇的困難，如何進行解決策略的應用。

(四) 神奇的數學實驗(周長與面積) 陳清桔

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input checked="" type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input checked="" type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
安置型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input checked="" type="checkbox"/> 三年級 <input checked="" type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	神奇的數學實驗(周長與面積)			
教學時間	本單元建議時數：2 節		教學設計者	陳清桔
設計理念	學生在學習「長度、面積」基礎概念反應理解佳，一般課程無法使學生展現對數學的理解及思考技巧應用。透過跨領域的教學設計，使學生能以實作方式進行積極主動參與數學變化，做出對應的概念延伸，進一步進行實驗創作，結合自然與生活領域的設計概念，使創作能更富有實作趣味，最後回歸生活情境討論周長與面積的變化間因素，使學生能藉實作具體瞭解。			
學習目標	利用科學實驗激發學生對於數學形狀變化的因素的瞭解，能透過具體觀察及探索，在實驗進行中讓學生能察覺簡易數量模式，可以進行小組討論，並透過圖形變化讓面積與周長概念可以更深入學生的生活，並能藉此做出對單元概念和特性的描述。			
學習表現	熟悉周長與面積之間變化的關係，藉此延伸面積計算的難度，達到以下目標： 1. 學會利用相同周長探究面積變化的規則。 2. 學會利用相同面積分析周長改變的方式。 3. 學會運用相關能力進行科學實驗活動。			
學習內容調整	1. 加深：教學媒材可以藉由實驗調整不同變因而產生不同層次的難度挑戰，達到「進階、複雜、多變化、或抽象」的概念。 2. 加廣：利用科學實驗的內容讓學生能夠體會不同科別應用數學的技巧，亦可提升學生對於數學的學習動機。 3. 加速：提供三年級學生對於面積的課程進行加速學習，提供下個年級水準讓活動的內容具更大的挑戰性。 4. 跨領域/科目統整教學主題：學生可以利用此活動進行科學實驗，如：探討面積大小變化、相同周長的面積是否等同的判斷等。		調整策略： <input type="checkbox"/> 重組 <input checked="" type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input checked="" type="checkbox"/> 加速 <input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____	

學習歷程調整	運用不同的學習歷程方式進行，並以下列教學策略輔之： 1. 發現式學習：因課程透過動手做自然實驗，讓學生在實驗中發現不同面積與周長之間的變化，歸納資訊做出意義及想法整合。 2. 推理的證據：學生能藉活動中解釋可能的因素，分析過程中的各項變化，並從別人的經驗擷取最佳的呈現，達到學習歷程的精進。 3. 彈性的教學進度：在活動中，學生可以透過自己的速度進行不同層度的瞭解，可以有彈性的時間進行各項任務的時間分配與控制。增加小組間的腦力激盪，提升思考的層次。	調整策略： <input type="checkbox"/> 高層次思考 <input type="checkbox"/> 開放式問題 <input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習 <input checked="" type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input type="checkbox"/> 團體式的互動 <input checked="" type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習環境調整	1. 調整物理的學習環境：活動中學生可以和同儕進行充分的討論和實驗，使小組可以進行獨立研究及問題探索的進行。 2. 營造社會-情緒的學習環境：教學進行時，學生可以藉由獨立學習，培養具備成為獨立學習者的探究技巧和自我評鑑的能力。 3. 規劃有回應的學習環境：教師在活動進行中進行個別或小組的指導，隨時調整活動進行的適異性。 4. 有挑戰性的學習環境：以學生為中心調整，建構不同程度的挑戰問題，鼓勵學生自我挑戰、保持開放的、有行動力的態度。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整	1. 發展合適的評量工具：依據科學實驗內容採取個別探究成果有不同的呈現方式，以不同方式進行學習成效的評量，以實作評量為主。 2. 呈現多元的實作與作品：學生採以學習單進行初步引導，成果階段以綜合不同發表方式進行分享，可以將所設計的內容進行實作與口頭、書面等方式呈現。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料	國小數學課本南一版第 6 冊（2016）：第四單元 面積。 國小數學課本南一版第 8 冊（2016）：第五單元 周長和面積。 科學遊戲實驗室（2016）。力大無窮的報紙。國立臺中教育大學科學教育與應用學系。取自 http://scigame.ntcu.edu.tw/air/air-002.html	
教學流程簡案		
一、課前準備 1. 瞭解學生對周長、面積等數學單元的學習反應情形。 2. 依學生反應進行異質性分組。 二、準備活動（0.5 節課） （一）教師引導與示範： 1. 使學生瞭解同面積與不同周長；同周長與不同面積之間變化的關係。 2. 解釋實驗步驟和流程，介紹「實驗變因」、「實驗紀錄」等概念。 （二）學生實作： 1. 小組討論，利用報紙製作各式平面圖形（相同面積；相同邊長）。		

2. 操作繪圖計算，試圖找出多種變化。

三、發展活動（1 節課）

（一）教師引導與示範：

1. 示範實驗方式，說明共同控制變因的內容（如：水量、尺長度）。

（二）學生實作：

1. 學生針對製作的實驗進行討論，分析條件變化的結果（相同面積；相同邊長）。

四、綜合活動（0.5 節課）

1. 學生針對實驗結果進行分享，並由教師與其他學生給予回饋。

2. 請學生反思圖形變化有何共通性、差異性。

3. 說明創作與呈現上所遭遇的困難，如何進行解決策略的應用。

(五) 數形規律與數學研究 蔡忠翰

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input checked="" type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	生涯教育
安置型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input checked="" type="checkbox"/> 七年級 <input checked="" type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	數形規律與數學研究			
教學時間	本單元建議時數：5 節	教學設計者	蔡忠翰	
設計理念	本班學生能力雖以數理能力較佳，但彼此之間的能力仍有落差，有些數理計算能力較佳，有些則是圖形空間能力較佳，不喜歡固定的講授課程，故本班學生數學學習風格與數學能力有異質性。 數形規律單元不僅僅是公式的利用，更重在訓練學生進行數學式思考，而觀察、臆測及驗證是相當重要的歷程，亦可培養學生數理邏輯與推理思維。為強化學生探究、歸納、臆測與論證的學習歷程，避免偏重解題的練習，以異質性分組形式，進行數形規律課程的探究及生活議題融入的題目設計，以符合不同學生學習需求，故本單元活動重組數形規律課程進行探究，並藉此讓學生能自主設計問題與獨立研究問題的選定。			
學習目標	1. 學生能瞭解數與形的概念。 2. 學生能進行數學探究學習。 3. 透過觀察，發現能用數形規律概念解決生活問題，進行數學研究的題目選定。			
學習表現	1. 除理解數形的規律性外，能探究數形相關問題，並藉此發展相關研究問題。			
學習內容調整	1. 重組 ：以「數形」單元的概念，進行課程內容的重組設計，讓學生可以藉由題目的試解與組間討論統整，歸納出等差等比數列或等差級數等相關數形規律的概念。 2. 加深 ：相對於學校課程僅進行公式的練習，以探究的形式讓學生更深入瞭解數列與級數的概念，並能評鑑他人的想法，更進階地以歷屆獨立研究作品進行相關「數形」的文獻探討，進行獨立研究問題的題目選定。 3. 加廣 ：融入生活中的議題，由學生異質性分組進行數與形單元小組設計題目，引導分組學生進行解題競賽，符應不同學習特質的學生。		調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input checked="" type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目 統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____	

學習歷程調整	<p>1. 發現式學習：讓學生藉由探討「數形」的數學解題過程，主動探究數學問題，促進數學概念的形成，容許學生猜想錯誤答案，進而小組驗證自己的答案是否正確，歸納出自己的結論。</p> <p>2. 開放式問題：藉由學生設計「數形」的問題，讓學生設計與生活中相關的數學題目，鼓勵學生彼此對同儕發問，透過設計問題，彼此討論及競賽，訓練解題思維與解題能力。</p> <p>3. 團體式的互動：學生藉由異質性分組，以約3至4人一組，進行的小組內歸納討論與小組間分享評鑑，進一步設計生活中的數形問題，以分組形式進行競賽。</p> <p>4. 高層次思考：以「數形」的數學概念結合生活議題應用至數學解題中，並透過組間競賽來評鑑分析各組的設計，進一步分析獨立研究作品，以進行獨立研究中真實問題的構思。</p>	<p>調整策略：</p> <p>■高層次思考</p> <p>■開放式問題</p> <p>■發現式學習</p> <p>□推理的證據</p> <p>□選擇的自由</p> <p>■團體式的互動</p> <p>□彈性的教學進度</p> <p>□多樣性的歷程</p> <p>□其他：_____</p>
學習環境調整	<p>1. 規劃有回應的學習環境：讓學生以討論互動的方式，進行數形規律的歸納，老師也一同參與討論，同時讓各組學生可以互相分享找到的解法，進行小組內個別化的任務工作指派，也進行組間分享，以求每位同學都能參與活動。</p> <p>2. 有挑戰性的學習環境：以小組競賽的方式，讓學生進行設計融入生活議題的數列級數題型，以互相競爭的方式，可以進行互相討論與提問。</p> <p>3. 調查與運用社區資源：學生蒐集生活中的議題，以生活議題融入數學問題的設計，進一步利用中學生網站和臺灣科學教育館網站上的歷屆作品等，進行獨立研究真實問題。</p>	<p>調整策略：</p> <p>□調整物理的學習環境</p> <p>□營造社會-情緒的學習環境</p> <p>■規劃有回應的學習環境</p> <p>■有挑戰性的學習環境</p> <p>■調查與運用社區資源</p> <p>□其他：_____</p>
學習評量調整	<p>1. 訂定區分性的評量標準：針對學生解題過程鼓勵學生進行分組討論，進行生活議題的融入設計，能與同學分享，並能自我評價與他人評價，同時尊重每位學生不同的想法，評量標準有組內組員的互動及合作，還能與他人分享想法及評鑑他人想法。</p> <p>2. 呈現多元的實作與作品：非以傳統的紙筆評量學生，而以創意規律的活動，學生繳交的作業能展現自己生涯規劃融入數學規律的實作作品。</p>	<p>調整策略：</p> <p>□發展合適的評量工具</p> <p>■訂定區分性的評量標準</p> <p>■呈現多元的實作與作品</p> <p>□其他：_____</p>
參考資料	林壽福(2006)。數學樂園：從胚騰(Pattern)學好數學。臺北市：如何出版社。 中學生網站。 臺灣科學教育館。	
教學流程簡案		
活動一 組內統整		
<p>將學生進行異質性分組，以「數形」問題的合作解題，重組數形規律的問題，以利學生統整歸納出數列單元的概念。</p> <p>1. 從「數形」的解題，觀察其中的規律，請學生嘗試填出問題的可能解答，進而以小組形式進行重點歸納，以達到數列單元概念統整。</p> <p>2. 進行個人創意胚騰的作業，請同學進行作業時，加入以生涯規劃為主體概念，融入生涯議題。</p>		

活動二 組間分享

將學生進行異質性分組，進行「高斯的規律」活動，最後進行組間分享，並評價各組的想法。

1. 進行「高斯的規律」活動，透過個人的臆測與小組間的驗證完成等差數列與級數的解題。
2. 分享各組形成的解題共識，並評鑑各組間的不同想法。

活動三 組內設計與組間競賽

將學生進行異質性分組，進行「小組題目設計表」活動，最後以組間分享來評價各組的設計。

1. 小組分組進行設計「數形」單元題目，並尋找生活中議題融入，設計成「數形」相關的概念題目。
2. 小組內進行題目試解與討論，形成題目設計。
3. 各組間交換題目試解，各組將設計的「數形」題目分給各組，互相解題進行分組競賽解題。
4. 小組間分享題目解法，將小組內討論的解題分享給其他同學，由原設計小組與其他小組共同檢視題目設計與解題過程，評鑑他人的題目設計。

活動四 獨立研究議題的選定

1. 由「數形」問題進行獨立研究作品的觀摩，可找尋「拈」的遊戲、中學生網站、臺灣科學教育館網站或參考本校學長歷屆作品，如：天珠遊戲與蛙跳遊戲的獨立研究。
2. 獨立研究議題之選定，關於「數形」問題的自我研究題目選定。

附錄一

第一關：數的奧妙

【關卡 1】試寫出下列數列的規律，並填出其中空格的數。

(1) 3, 7, 15, ____

其規律為：

(2) 8, 17, 26, ____, 44

其規律為：

(3) 11, 23, 47, ____

其規律為：

(4) 1, 3, 3, 9, 27, ____

其規律為：

(5) 1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, _____

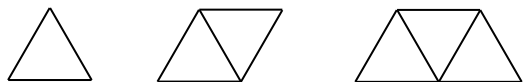
其規律為：

重點歸納整理：

第二關：形的藝術

【關卡 2】試找出下列圖形的規律，並畫出後繼的圖形。

(1)



其規律為：

答案區

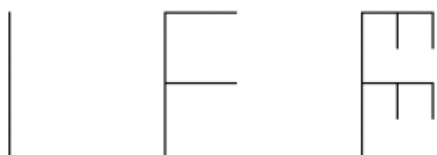
(2)



其規律為：

答案區

(3)



其規律為：

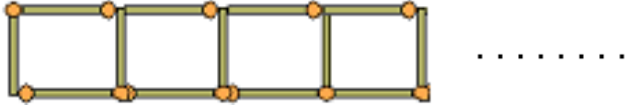
答案區

重點歸納整理：

第三關：形數變曲

【關卡 3】觀察下列每一個胚騰中，並回答問題。

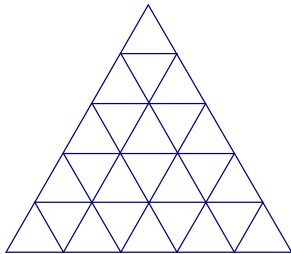
1. 試找出下圖的規律，並回答下列問題：



(1) 需要幾根木棒才可排出 10 個正方形？

(2) 若有 100 根木棒，則可排出幾個正方形？

2. 截取正三角形磚區的一部份，如右圖，每個最小正三角形的邊長均為 1 單位長。請計數出圖中共有多少個正三角形？



3. 現在，輪到你創作了，試創作一個的胚騰。

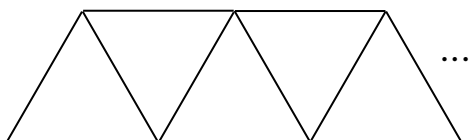
數學領域期中作業－創意胚騰的製作

成功的生涯規劃有許多重要的影響因素，簡言之包括是否有自知之明、是否善用生涯規劃的領域之助力及貴人？進而生涯發展之時機是否掌握？生涯規劃之情境是否熟悉？生涯規劃的目的是否可行？能否發展可行之生涯行動計畫？生涯規劃計畫執行時能否自我省思？生涯規劃之節奏是否恰到好處？（取自：國立空中大學 張德聰教授 邁向成功的生涯規劃）

世界萬物都有規律性，不但在自然生態上有其規律的顯現，人為的作品也存在著某一種規律的表現。在這快樂的國中生涯，熱情的你（妳），也來發揮你（妳）的想像力、創造力，來製作一個屬於你（妳）自己人生的規律鍊或規律塔，並在空格中為自己的國中生涯及人生，規劃獨特、有夢想的悠揚人生吧！

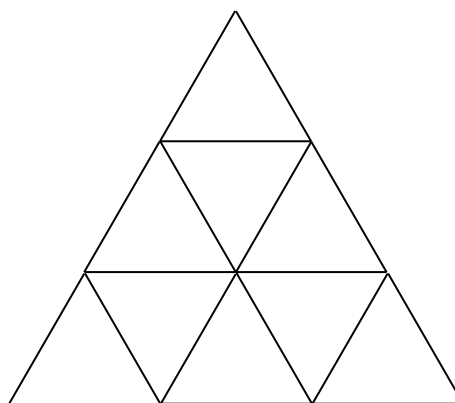
作業一

試做出屬於自己國中生涯規劃的規律鍊



作業二：

試做出屬於自己人生規劃的規律塔



製作提示：

***材料：**陶土、黏土、竹片、紙片、厚紙版、海報紙、玻璃瓶、塑膠瓶蓋等，舉凡能搭建出規律塔即可。當然最好能利用生活中的環保回收物，相信如此規劃所譜出的戀曲，必定也充滿著大地的感謝與祝福喔！

***樣式：**當然是要發揮你（妳）無窮的創意，製作出具有專屬獨特性及個人風格的「曠世之塔」呀！

***規則：**自由發揮，只要可以順利講解其規律，容易觀察就 OK 啦！

***其他叮嚀：**

1. 製作規律塔時，除了發揮你（妳）的創意外，也別忘了觀察與思考，如何能讓規律塔順利呈現，優雅的呈現，不會東倒西歪？
2. 如果需要相關資料，可上網查詢相關製作的網路資源喔！也可以到禮品店或文具店，參考參考，但是不准買現成的喲！

※ 期待學期中的校園內，能充實你（妳）的國中生涯喔！！！！ ※

附錄二

高斯的規律

		班級		座號		姓名	
座號	小組長 ()	歸納者	寫版書者	講解者			
姓名							

問題一：我們知道 $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ 為公差 $=1$ 的等差數列，試問將此數列的各項加起來，其和為多少？

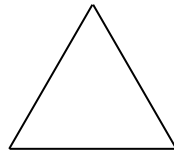
我的臆測	我們小組間的驗證與想法
你對自己的想法是否有信心 <input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否 理由：	在自己的小組討論之後，你覺得你的想法是否修正？ <input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否 理由：

各組的想法

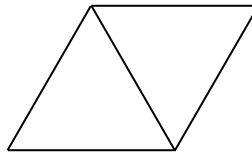
第 組	第 組
第 組	第 組
第 組	針對全班的討論，我覺得第_____組的想法最好。
	理由：

問題二

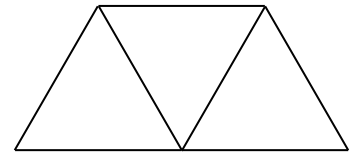
- 觀察下列圖形



第一個圖形



第二個圖形



第三個圖形

- 你覺得第十個圖形有幾條線段組成？

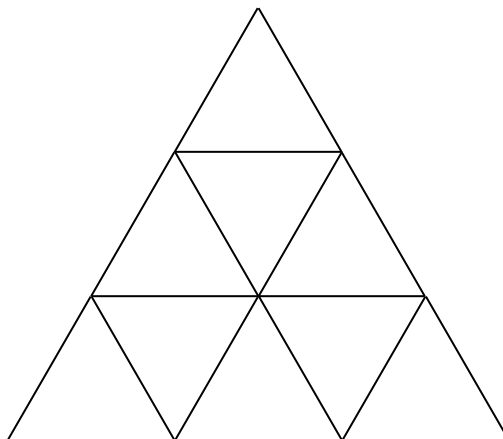
我的臆測	我們小組間的驗證與想法
<p>你對自己的想法是否有信心</p> <p><input type="checkbox"/>是 <input type="checkbox"/>否</p> <p>理由：</p>	<p>在自己的小組討論之後，你覺得你的想法是否修正？</p> <p><input type="checkbox"/>是 <input type="checkbox"/>否</p> <p>理由：</p>

各組的想法

第 組	第 組
第 組	第 組
第 組	針對全班的討論，我覺得第_____組的想法最好。
	理由：

問題三

- 觀察下列圖形，若每個小正三角形邊長皆為 1，試問疊了十層總共有幾個邊長為 1 的小正三角形？



我的臆測	我們小組間的驗證與想法
<p>你對自己的想法是否有信心</p> <p><input type="checkbox"/>是 <input type="checkbox"/>否</p> <p>理由：</p>	<p>在自己的小組討論之後，你覺得你的想法是否修正？</p> <p><input type="checkbox"/>是 <input type="checkbox"/>否</p> <p>理由：</p>

各組的想法

第 組	第 組
第 組	第 組
第 組	針對全班的討論，我覺得第_____組的想法最好。
	理由：

附錄三

小組題目設計表

				班級	座號	姓名	
座號	小組長 ()	歸納者	寫版書者	講解者			
姓名							

小組題目設計							
小組題目試解							

各組的題目解題

第 組	第 組
第 組	第 組
第 組	針對全班的設計，我覺得第_____組的題目計最好。 理由：

附錄四

學習日誌

班級 座號 姓名

1. 在這次的活動主題中，我學到了…（如：數學概念、知識、技巧或是其他）

2. 在這次學習活動中，最令我印象深刻的是…（如：小組的討論、上台報告或老師講解）

3. 在這次的學習過程中，我覺得最困擾的是…

4. 我覺得這次學習活動的內容需要再改進的地方是…

5. 這次的活動中，我可能可以設定的獨立研究是…（可以記錄研究方向或目的）

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域：數學 <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文 / 新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input checked="" type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	科學記號與進位法			
教學時間	本單元建議時數：3 節	教學設計者	陳彥霖	
設計理念	<p>一、資優學生學習特質</p> <p>本教案教學對象為本校八年級資優班學生，在數學學習上有以下特質：</p> <p>(一) 具有基本的科學記號運算能力並瞭解相關概念。</p> <p>1. 在自我學習或者普通教育教授之下，已有基本能力。</p> <p>2. 除了瞭解概念之外，也已熟悉相關運算方式。</p> <p>(二) 已瞭解科學記號相關概念，但運算能力略嫌不足。</p> <p>1. 瞭解科學記號相關概念。</p> <p>2. 對於運算科學記號能力仍嫌不足。</p> <p>(三) 對於科學記號概念仍有不足者。</p> <p>1. 對於此節概念尚無任何概念。</p> <p>2. 僅瞭解相關知識，但對於概念無深入探究。</p> <p>二、資優學生起點行為</p> <p>(一) 運算能力：資優學生的數學運算能力會比普通班學生佳。</p> <p>(二) 題意瞭解：資優學生對於題意瞭解較普通班學生迅速。</p> <p>(三) 擬定的解題策略：資優學生提取的解題策略較普通班學生多元且切中要點。</p> <p>三、與普通課程差異</p> <p>資優學生所學的部分理應更有「相異」之處。在編製課程時，教材採用國民中學數學課綱尚無介紹之「非十進位法」為本次教學活動的例子。由於十進位對於許多資優學生解決面積換算長度的估算已略嫌容易，因此對於其他的進位法學習有其必要性，透過教學能讓學生對根號的認識更加深入。</p> <p>四、課程調整之重點</p> <p>針對進位法與科學記號的學習方式加廣並且結合，以符應資優學生學習應「加深、加廣」的學習內涵。依據資優學生專長領域科目-課程調整之相關概念所提出之加廣的概念：增加各教育階段之各領域/科目核心素養及學習重點的「廣度及多元性」，也可稱為「水平的充實」。即讓學生延伸學習該</p>			

	<p>教育階段內各領域/科目課程原本沒有安排的教育經驗，重要的是這些有別於普通課程之補充教材與教育活動，並符合學生的興趣、喜好及個人學習風格。</p> <p>五、課程調整後期望培養學生之能力</p> <p>期待學生熟悉數的位值結構，並能延伸認識更大與更小的數，據此應用至相關進位法運算。</p>	
學習目標	<p>認知目標：</p> <p>1. 認識二進位的運算方式與進行與十進位之間的不同。</p> <p>情意目標：</p> <p>1. 講述二進位在目前生活上的應用。</p> <p>技能目標：</p> <p>1. 認識數字排列與數值表現的轉換，並結合科學記號進行運算。</p> <p>2. 可以進行運算其餘位數進位的能力。</p>	
學習表現	<p>1. 對於科學記號算法能運算嫻熟。</p> <p>2. 熟悉非十進位法。(如：二進位法)。</p> <p>3. 推衍至其他非二進位法的其他進位法運算能力。</p>	
學習內容調整	<p>1. 由一般數字組成直接跳過十進位數字直接轉科學記號表示方式，並告知目前科學記號在科技探索的應用。</p> <p>2. 介紹目前科技使用的二進位的內含與運算方式。</p> <p>3. 讓學生練習二進位法運算方式。</p> <p>4. 比較二進位法與十進位法之間的不同處。</p> <p>5. 讓學生思索？除了二進位法之外，有沒有其他進位法？請學生發表其他進位法的模式，並提出報告。</p>	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 重組</p> <p><input type="checkbox"/> 加深</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 加廣</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 濃縮</p> <p><input type="checkbox"/> 加速</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習歷程調整	<p>1. 由一般數字直接轉科學記號，先不給予提示詳細作法，簡單告訴學生方法後，由學生親自操作，從中發現不同的過程，適度給予提示。學生完成後，由教師提出相關作法，請學生探討解題過程的思考方式，針對自己作法講述自己的理念。 (運用的策略：發現式學習)</p> <p>2. 教師講述二進位在目前生活、科技的使用方式，並講解二進位的運算模式。(運用的策略：高層次思考)</p> <p>3. 組內同學共同學習，讓大家熟悉二進位的運算方式。並由各組進行命題，讓所有同學可增進二進位的運算能力。(運用的策略：團體式的互動、多樣性的歷程)</p> <p>4. 各組講述二進位與十進位的不同與相同之比較。(運用的策略：高層次思考、發現式學習、團體式的互動、開放式問題)</p> <p>5. 教師進行引導，為何要有二進位？有其他進位方式嗎？如果有，可否設計除了二進位與十進位外的其餘進位方式？(運用的策略：發現式學習、選擇的自由、開放式問題)</p>	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 開放式問題</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習</p> <p><input type="checkbox"/> 推理的證據</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 選擇的自由</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動</p> <p><input type="checkbox"/> 彈性的教學進度</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習環境調整	<p>1. 評估學生先備知識後，進行分組。(運用的策略：營造社會-情緒的學習環境)</p> <p>2. 引入相關資訊設備。(運用的策略：調整物理的學習環境)</p> <p>3. 自行編製教材。(運用的策略：調整物理的學習環境)</p> <p>4. 讓學生有思考後進行發表的能力。(運用的策略：規劃有回應的學習環境)</p> <p>5. 比較不同主題。(運用的策略：有挑戰性的學習環境)</p>	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學</p>

		習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整	1. 透過學習單瞭解學生學習二進位的過程，由教師評分學習過程。（運用的策略：訂定區分性的評量標準） 2. 學生發表時，可以進行自評與互評。（運用的策略：發展合適的評量工具、呈現多元的實作與作品） 3. 學生設計二進位練習題，教師可設計記分表，當各組答對命題組的問題時，可以進行小組得分。（運用的策略：發展合適的評量工具）	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input checked="" type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料	略	
教學流程簡案		
評估分組階段	1. 先進行科學記號相關概念的前測，瞭解學生瞭解程度並且進行區分性分組。 2. 分組的方式類似小老師制度，每組成員的前測成績從高到低都有。在分組教學時，可請瞭解較多的學生引導基礎比較薄弱的學生。	
第一階段教學步驟 （課內課程暖場活動）	透過數字轉換乘科學記號方式，越過十字進位法的步驟，透過學習單，瞭解各個同學表現的情況，若有學習狀況者，教師可以稍作提示，並由各組小老師接續引導至學習成功。	
二進位教學法	教師講述二進位方法在目前科技上的應用及為何應用的原因。	
團體共學時間	教師講述二進位演算方法，並透過團體內學習共同體，讓所有學生都可習得成功。等待大家都學會後，教師引導各組命題不同的二進位題型，提供給教師成為搶答的工具，並給予計分增強。	
發表時間	給予各組進行討論二進位與十進位之間有所不同之處。討論 6 分鐘後，由各組提出報告 6 分鐘。評分方式有組內分工自評與報告評分。	
教師回饋與 加深思考與探索	教師引導，除了二進位外，有沒有其他進位方式？請各組選擇一個不同的進位方式進行講解，內化進位法的精神。	

前測學習單

一、選擇題：

- (C) 1. 下列何者為 $\frac{16}{5000000}$ 的科學記號表示方式？
 (A) 1.6×10^{-6} (B) 1.6×10^{-7} (C) 3.2×10^{-6} (D) 3.2×10^{-7}
- (B) 2. 下列科學記號的表示方式何者錯誤？
 (A) $2^{12} = 4.096 \times 10^3$ (B) 1.3 億 $= 1.3 \times 10^9$
 (C) $0.00216 = 2.16 \times 10^{-3}$ (D) $40ppm = 4 \times 10^{-5}$
- (A) 3. 已知 ppm 表示百萬分之一，若某品牌綠茶容量為 $600ml$ ，咖啡因含量為 $150ppm$ ，表示咖啡因含量為多少 ml ？
 (A) 0.09 (B) 0.9 (C) 9 (D) 90

二、填充題：

1. 已知 A 、 B 、 C 、 D 四數的科學記號表示方式如下，試求出下列各式的值，並以科學記號表示結果。

$$A = 1.95 \times 10^8, B = 8.2 \times 10^9, C = 2 \times 10^{-9}, D = 6.25 \times 10^{-8}$$

- (1) $15 \times C = \underline{3 \times 10^{-8}}$ 。
 (2) $A \times C = \underline{3.9 \times 10^{-1}}$ 。
 (3) $A + B = \underline{8.395 \times 10^9}$ 。
 (4) $A \div C = \underline{9.75 \times 10^{16}}$ 。
 (5) $D - C = \underline{6.05 \times 10^{-8}}$ 。

三、計算題：

1. 將下列各數由大至小排列。

$$A = 19 \times 10^3, B = 5.8 \times 10^4, C = 8.29 \times 10^3, D = 62.5 \times 10^4$$

答： $D > B > A > C$

2. 地球到太陽的平均距離，稱為一個天文單位，約為一千五百億公尺。如果有一顆行星與地球的距離為 0.007 天文單位，那麼這顆行星與地球的距離大約是多少公里？（以科學記號表示）

答： 1.05×10^6 公里

第一階段教學步驟

1. 將下列各數寫成科學記號：
 - (1) $0.000315 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) $0.00000002 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 將下列各數寫成科學記號：
 - (1) 一萬二千 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) 八億三佰萬 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 以科學記號表示下列各數：
 - (1) $35200000 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) $0.0000004165 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (3) $\frac{1}{25} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (4) 1 百萬 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 將下列各數以科學記號表示：
 - (1) $23000000 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) $0.00000057 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (3) $\frac{4}{125} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (4) $\frac{2}{25000} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. (1) 5.36×10^6 這個數共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個 0，它是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位數。
 (2) 7.63×10^{-7} 小數點後第 6 位數字為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，
 小數點後第 7 位數字為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 將下列各數以科學記號表示：
 - (1) $8 \times 10^6 + 5 \times 10^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) $6 \times 10^{-6} - 8 \times 10^{-7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (3) $(6 \times 10^{-7}) \times (9 \times 10^{12}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (4) $(1.8 \times 10^7) \div (3 \times 10^{-5}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

附錄三

二進位教學學習單

二進位的意義

每到_____就會進位

例如：1-10-11-100……

請把轉換過程寫下來

十進位轉二進位

用 2 輾轉相除至結果為 1

將餘數和最後的 1 從下向上倒序寫 就是結果

例如：302

$$302/2 = 151 \text{ 餘 } 0$$

$$151/2 = 75 \text{ 餘 } 1$$

$$75/2 = 37 \text{ 餘 } 1$$

$$37/2 = 18 \text{ 餘 } 1$$

$$18/2 = 9 \text{ 餘 } 0$$

$$9/2 = 4 \text{ 餘 } 1$$

$$4/2 = 2 \text{ 餘 } 0$$

$$2/2 = 1 \text{ 餘 } 0$$

故二進位為 100101110

練習：423 轉成 2 進位表示

附錄四

討論單

1. 請問十進位與二進位的差別是？（6 分鐘）

2. 如果有其他進位方式，您的轉換方式為何？請各組分享做法（10 分鐘）

(七) 根號應用與開根號 陳彥霖

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域(<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域(<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域(<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班(區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input checked="" type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	根號應用與開根號			
教學時間	本單元建議時數：2 節		教學設計者	陳彥霖
設計理念	<p>一、資優學生學習特質 本教案教學對象為本校八年級資優班學生，在數學學習上有以下特質：</p> <p>(一) 已熟知根號概念與運算能力。 1. 對於解平方根、根號相關概念與運算已相當嫻熟。 2. 可解決複雜性高的根號相關問題與應用問題。</p> <p>(二) 知悉根號概念，但運算能力稍微不足。 1. 有聽過平方根、根號概念，且有簡單運算能力。 2. 無法解決較複雜的方根之問題。</p> <p>(三) 略知根號概念，但無運算根號之能力。 1. 對於方根相關概念與運算都無先備能力。</p> <p>二、資優學生起點行為 (一) 運算能力：資優學生的數學運算能力比普通班學生佳。 (二) 題意瞭解：資優學生對題意瞭解較普通班學生迅速。 (三) 擬定的解題策略：資優學生提取的解題策略較普通班學生多元且切中要點。</p> <p>三、與普通課程差異 由於開根號之課題已於九年一貫取消教學與考試，但對資優學生來說，學習開根號可解決關於面積估算邊長之長度。因此建構此課程能夠讓資優學生學習到不一樣的課題。</p> <p>四、課程調整之重點 瞭解開根號在數學上的意義，也提供學生連結開根號與十分逼近法之間的關係，讓學生可廣闊瞭解根號在面積處理上的應用。</p>			

學習目標	<p>認知目標：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在學習根號相關知識後，習得開根號的方法。 2. 在解決面積非完全平方數的數字下，得知其邊長之概述，且深入可以得知邊長之長短。 3. 綜觀根號結果的概數。 <p>情意目標：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 可以擴大概念對估算各式建築物建坪或其他關於面積與邊長關係，有立即反應且可解釋。 <p>技能目標：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能夠正確運算開根號的能力。
學習表現	<p>課程調整後期望培養學生之能力：期待學生熟悉數的位值結構，並能延伸認識更大與更小的數，據此應用至相關進位法運算。</p>
學習內容調整	<ol style="list-style-type: none"> 1. 國中數學領域討論根號章節時，未提出開根號的運算方式，因此在此章節融入此議題，可提昇資優學生對於根號運算有不同的想法與運算能力，最終期盼可將面積與邊長關係融入此章節，透過開根號運算可以得知方形面積的邊長概數。（調整策略：加深、加廣） 2. 由於計算機有開根號結果的功能，在資優學生的課程融入此議題，會更有意義。（調整策略：加廣） 3. 對於生活上的面積與邊長議題，會更有概念與想法（調整策略：跨領域） <p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/> 重組</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 加深</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 加廣</p> <p><input type="checkbox"/> 濃縮</p> <p><input type="checkbox"/> 加速</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目</p> <p><input type="checkbox"/> 統整教學主題</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習歷程調整	<ol style="list-style-type: none"> 1. 在國中數學學習階段，方根學習大多是在教師講述學習下習得，因此在此階段有許多學生瞭解對於「根號」概念的不熟悉與運算的不瞭解。其實根號充其量就是一個符號，如何加深學習，讓資優學生在認知上知道方根，也能深入瞭解符號的運算結構與概念。 2. 本學習歷程透過調整學習方式。首先由老師先行講述根號相關概念建立基本先備知識外，再行講述開根號運算，讓資優學生可以先行瞭解基本運算功夫後，再藉老師命題數字位數比較多的數字開根號。透過團體一起學習運算，並自行透過計算機檢證答案是否正確。（調整策略：推理的證據、團體式的互動） 3. 最後由各組分享生活上的相關面積實例，請各組估算面積的概略邊長，並延伸探討日常生活應用實例，例如：可以設定馬路有多長、旁邊可以設置幾盞路燈。（調整策略：高層次思考） <p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/> 高層次思考</p> <p><input type="checkbox"/> 開放式問題</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 推理的證據</p> <p><input type="checkbox"/> 選擇的自由</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動</p> <p><input type="checkbox"/> 彈性的教學進度</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習環境調整	<ol style="list-style-type: none"> 1. 進行隨機分組。（調整策略：營造社會-情緒的學習環境） 2. 引入相關資訊設備。（調整策略：調整物理的學習環境） 3. 自行編製教材。（調整策略：調整物理的學習環境） 4. 讓學生有思考後進行驗算檢證的能力。（調整策略：有挑戰性的學習環境） 5. 比較不同主題。（調整策略：規劃有回應的學習環境） <p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境</p> <p><input type="checkbox"/> 調查與運用社</p>

		區資源 <input type="checkbox"/> 其他：
學習評量調整	1. 進行基礎根號運算，填寫學習單，並由教師評分。（調整策略：發展合適的評量工具） 2. 教師觀察團體學習過程，互動學習熱烈之學生得以加分。（調整策略：訂定區分性的評量標準） 3. 團體命題之答對者，可進行客觀分數評分。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input checked="" type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：
參考資料	略	
教學流程簡案		
評估學生起點行為能力	教師先進行前測，前測單元為方根。藉以瞭解學生在此章節是否具備足夠的先備知識。依據前測成績，進行目的分組，每組有高分組成員、中分組成員及低分組成員。	
核心課程教學	教師進行開根號的教學，教學方式先由完全平方數教學起，讓學生學習得開根號的流程，接下來設定非完全平方數進行教學，讓學生可以更熟悉開根號運算方式。	
團體學習時間	教師講述後，由教師設定位數超過四位數的數字（一組完全平方數、一組非完全平方數），請各組進行共同學習，且透過計算機進行檢證，直到各組都學會後，教師再行命題一組數字，請各組運算。	
生活應用範例	由各組可以進行搜尋相關建案所提供的面積基地去大略估算其邊長，由於建案有許多趨近於方形之基地，因此透過生活上的建築物建案從面積推估長度，更符應開根號在生活上的實際應用。	

前測學習單

Part1

1. 有一邊長為甲的正方形面積是 196，有一邊長為乙的正方形面積是 256，則甲 + 乙 = 30。

2. 找出下列各數的平方根：

(1) 32400 的平方根 = ± 180 。

(2) $2\frac{7}{81}$ 的平方根 = $\pm \frac{13}{9}$ 。

(3) 0 的平方根 = 0。

3. -5 是 $9 + 2x$ 的一個平方根，則：

(1) $x =$ 8。

(2) $3x + 1$ 的平方根為 ± 5 。

4. 比較下列各題的大小，填入 >、< 或 =。

(1) $-\sqrt{3}$ > -3.6 。

(2) $\sqrt{3} + 1$ > $\sqrt{2} + 1$ 。

Part2

1. 下列關於方根的運算，哪些是正確的？答：(乙)(丁)(戊)。

(甲) $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{3+5} = \sqrt{8}$

(乙) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$

(丙) $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{5-3} = \sqrt{2}$

(丁) $\sqrt{3} \div \sqrt{5} = \sqrt{3 \div 5} = \sqrt{\frac{3}{5}}$

(戊) $3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (3 - 6 + 2) \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{3}$

(己) $6\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

2. 化簡下列各式：

(1) $-\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} =$ $4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ 。

(2) $\frac{2}{\sqrt{3}+1} =$ $\sqrt{3} - 1$ 。

(3) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$ $2\sqrt{3}$ 。

(4) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 =$ $4\sqrt{15}$ 。

3. 已知 $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，則 $\frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} \approx$ -1.73 。(以四捨五入法取至小數點後第二位)

開根號

$$\begin{array}{r} \square \\ + \square \\ \hline \end{array} \quad \sqrt{99.00 \ 00 \ 00}$$

估算第1位數：
 $\because 9 \times 9 = 81$ 最接近99
且不大於99
 \therefore 第1位數是9

請寫出流程

練習：

$$\sqrt{1024} =$$

$$\sqrt{1989} =$$

$$\sqrt{39680} =$$

生活案例



(八) 平面向量的運算—向量內積幾何篇 張彥平

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域 (<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域 (<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域 (<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
安置型態	<input checked="" type="checkbox"/> 集中式資優班 <input type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班 (區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input checked="" type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	平面向量的運算-向量內積幾何篇			
教學時間	本單元建議時數：2 節		教學設計者	張彥平
設計理念	本班數理資優學生學習平面向量內積運算基本內容的理解速度快，傳統的講述式教學，無法激發學生探究的動力。學生透過競合式的自學與分享，促進數學概念的精熟與連結，並能應用所學設計問題，彼此挑戰，深化平面向量學習概念，讓思考更緊密周延。			
學習目標	理解坐標系統，可為幾何問題提供運算方法，解決基本推論外；也能達成下列的學習目標： 1. 熟練坐標系統解決幾何問題的簡潔算法。 2. 能利用坐標的平移與伸縮熟練的簡化代數問題。 3. 利用推論解決應用問題。			
學習表現	理解並欣賞圖形的幾何的性質，熟練地將圖形上的動點坐標，轉化成數與式的關係。而數與式的代數操作，也可以透過坐標轉化，產生對應的幾何意義。能熟練地轉換幾何與代數的表徵，並能用於推論及解決問題。			
學習內容調整	1. 重組 ：利用向量的內積、係數積、夾角與平面幾何的性質以問題挑戰的方式重組，精熟並應用向量內積的幾何性質。例如：三角形三高共點、平行四邊形定理、外心性、垂心性。 2. 加廣 ：利用向量內積的幾何性質延伸應用到生活上問題的解決，例如：使用經費的最大及最小值問題。		調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目 統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____	
學習歷程調整	運用拼圖教學法合作學習，並以下列教學策略輔之。 1. 高層次思考 ：透過對內積問題的理解，深入探討平面幾何問題，之後透過分享討論，強化理解，進而學會分析與應用與概念連結，解決問題。 2. 開放式問題 ：透過對開放式問題的討論，讓學生有機會發展		調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考 <input checked="" type="checkbox"/> 開放式問題 <input type="checkbox"/> 發現式學習 <input type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由	

	<p>提出問題與解決問題的能力。</p> <p>3. 團體式互動：透過小組進行討論及探究，養成主動思考發言與專注聆聽建議，思考彼此對問題看法之異同，體會社群間彼此互動之歷程。</p> <p>4. 多樣性的歷程：運用拼圖教學法合作學習，鼓勵學生參與分享與討論、小組間競合活動及上台發表。</p>	<input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習環境調整	<p>1. 調整物理的學習環境：兼採同質性與異質性分組，使不同程度學生都能有分享和表現的機會。</p> <p>2. 營造社會-情緒的學習環境：以學生學習需求為中心，以獨立學習為焦點，對於學生的新穎想法、創新和探索行為，持開放的態度，促進資優學生與其同年齡、同智力的同儕互動，讓學生在同質性合作與異質性分享中相互學習。</p> <p>3. 有挑戰性的學習環境：學生透過問題設計，彼此挑戰、公開拼解，在競合之間提升問題解決能力。</p>	<p>調整策略：</p> <input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整	<p>1. 呈現多元的實作與作品：建立互評機制，以指定搶答、個別挑戰、合作解題、合作命題、公開拼解等方式進行多元評量。</p>	<p>調整策略：</p> <input type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料	<p>105 年度翰林版、龍騰版第三冊 3-2 向量的內積。</p> <p>主題單的題目來源自 103 年度龍騰版數學講義第三冊 3-2 向量的內積。</p>	

教學流程簡案

第 1 節及第 2 節

活動名稱	教師引導	學生活動
課程前置	<p>一、同質性的分組</p> <p>二、依據學生程度分成 4 組</p> <p>三、學生瞭解基本內積運算概念</p>	一、完成分組座位
同質性小組討論	<p>一、發下主題單，主題單內容分別為</p> <p>(一) 三高共點問題</p> <p>(二) 平行四邊形定理</p> <p>(三) 外心性質</p> <p>(四) 垂心性質</p>	<p>一、學生討論主題單內容</p> <p>(一) 三高共點問題</p> <p>(二) 平行四邊形定理</p> <p>(三) 外心性質</p> <p>(四) 垂心性質</p>
問題導入	<p>一、挑戰學生的觀察力連結平面幾何概念，提出問題。</p> <p>二、邀請學生針對該組的主題寫下自己的平面幾何概念，並嘗試連結內積概念。</p>	一、請學生寫下自己對該組主題的平面幾何概念與內積概念。
討論解題	一、請學生做組內討論。	一、討論該組主題問題，並進行問題解決。

活動名稱	教師引導	學生活動
異質性小組討論	一、同質性分組討論完成後，再進行異質性分組，各小組每組 4 人，均有同質性小組（一）（二）（三）（四）組的成員。	一、（一）（二）（三）（四）個主題的成員，依序進行組內分享，每個主題討論完成，進行分享與競賽。
分享競賽	一、指定搶答 二、個別挑戰 三、合作解題 四、合作命題 五、公開拼解	一、回答指定搶答問題，釐清解題過程中的迷思概念。 二、挑戰題強化分析問題能力。 三、合作解決指定問題，並從指定問題中，學習命題（命相關問題） 四、將命題公開、各組共同拼解。
對話反思	一、學生提問有瑕疵時，以問題導入正確概念並解惑。 二、引導學生熟練並深化理解並應用所學習的觀念。	一、學生針對各組命題提出問題。 二、受檢驗學生思考如何回應與修正與回應。
延伸學習	提出下次同質分組研究主題	下次同質分組上課前，先熟練要討論的新主題的基本概念。

【主題單】

[主題（一）三高共點問題]

1. 正三角形 ABC 邊長為 2，且 M 為 \overline{BC} 的中點。令 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{c}$ ， $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{a}$ ， $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{b}$ ， $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{h}$ ，則：

- (1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{h}$. (2) $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{h}$. (3) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{h}$.

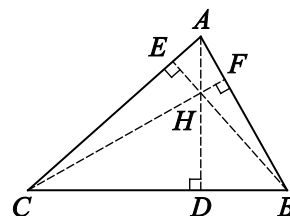
2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ，求：(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

3. 證明三角形的三高交於一點（此為垂心）。如圖，作 $\triangle ABC$ 的兩高 \overline{AD} 與 \overline{BE} 交於 H ，再連 \overline{CH} 交 \overline{AB} 於 F 點。則：

(1) 由 $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$ ，試證 $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB}$.

(2) 由 $\overrightarrow{HB} \perp \overrightarrow{AC}$ ，試證 $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB}$.

(3) 證明 $\overrightarrow{HC} \perp \overrightarrow{AB}$ （由此可證得 $\triangle ABC$ 的三高交於一點 H ）



[主題（二）平行四邊形定理]

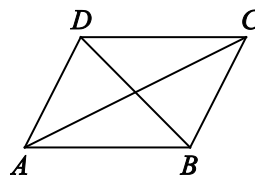
1. $\triangle ABC$ 中，已知 $A(-2,3)$ ， $B(3,7)$ ， $C(2,-2)$ ，試求：(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$. (3) $\angle BAC$

2. 設 $\triangle ABC$ 為一等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ，若 P ， Q 為斜邊 \overline{BC} 的三等分點，則 $\tan \angle PAQ$ 之值

3. 求證「平行四邊形定理」：如圖，設 $ABCD$ 為一平行四邊形，則 $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 2(\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2)$ ，令 $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AD}$ ，則：

(1) 用 \overrightarrow{a} ， \overrightarrow{b} 表示 \overrightarrow{AC} 及 \overrightarrow{BD} .

(2) 證明 $|\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2 = 2(|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AD}|^2)$.



[主題（三）外心性質]

1. 已知 O 為 $\triangle ABC$ 的外心，試證： $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}|^2$ ， $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}|^2$ ， $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BC}|^2$

2. 已知 $\triangle ABC$ 的 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ 。設 O 為 $\triangle ABC$ 的外心，且 \overline{AO} 交 \overline{BC} 於 P 點

(1) $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求 x ， y 之值。

(2) $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，求 r ， s 之值。

[主題（四）垂心性質]

1. 已知 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心，已知 $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$

試證：(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$

(2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BH} = \frac{1}{2}(a^2 + c^2 - b^2)$

(3) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CH} = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$

2. 已知 $\triangle ABC$ 的 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ 。設 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心，且 \overline{AH} 交 \overline{BC} 於 P 點

(1) $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求 x ， y 之值。

(2) $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，求 r ， s 之值。

(九)「數學大聲唱」數學觀念複習影片創作活動 張彥平

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input checked="" type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域(<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然領域(<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域(<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input checked="" type="checkbox"/> 其他： <u>音樂、生活科技</u>	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
安置型態	<input checked="" type="checkbox"/> 集中式資優班 <input type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班(區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input checked="" type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	「數學大聲唱」數學觀念複習影片創作活動			
教學時間	本單元建議時數：5-6 節		教學設計者	張彥平
設計理念	<p>本班數理資優學生對數學念的理解非常迅速，而表達力的訓練，更能提昇學生清晰的思路，與綜合連結的能力。因此，在高二升高三暑假的複習中，設計此課程。希望活潑有挑戰性的設計，能吸引學生，嘗試用不同的方法，創新學習。</p> <p>本課程的設定，是從學生自己熟悉的單元開始複習，學會方法後，再逐一擴展到其他的單元。</p> <p>目的是希望學生能學會將腦海中自然而然理解的數學概念解構，重新思考，嘗試用自己的想法連結，在深入理解後，能利用不同的表達方式，產生新的創意，闡述所學。</p>			
學習目標	1. 對該單元的數學發展史有所瞭解。 2. 學生將數學的概念、原理，理解、重整並深入思考後，內化為自己的語言，透過撰寫數學公式歌的歌詞，增強理解的深度與數學概念的語言表達力。 3. 學生透過影片的製作，強化觸類旁通的多元能力。影片製作過程，能學習創意、設計、流暢和諧等等的美感能力。並提供數學教學，另一生動活潑的學習方式。			
學習表現	能理解並欣賞數學語言的簡潔性，能將這些層層累疊的結構，如：各種數學表徵與概念的意涵、運算的性質與規則、靈活的轉換方式與推理的過程等，用自己的語言做清晰地表達。			
學習內容調整	1. 加廣 ：讓學生延伸學習瞭解自己要表現的數學單元的數學史，以其中重要人物或主題，建立一個 FB 帳號，並以這個帳號模擬數學家或主題人物的對話經營 FB。 2. 重組 ：將各數學學習單元的重點與內容，經過自己的解構後，重新組合安排成為能譜入曲的詞。 3. 跨領域 ： (1)音樂：透過音樂課程，瞭解填詞的技巧。		調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目 統整教學主題	

	(2)生活科技：簡報製作、影片製作與配樂，瞭解要呈現的主題該如何表現。	<input type="checkbox"/> 其他：_____
學習歷程調整	1. 高層次思考 ：透過對該單元的理解，能創造出屬於自己解讀該單元的作品。 2. 團體式互動 ：透過對話讓學生彼此提問或進行小組討論及探究，養成主動思考發言與專注聆聽建議，思考彼此對問題看法之異同，體會社群間彼此互動之歷程。 4. 多樣性的歷程 ：運用合作創作與學習，鼓勵學生參與分享與討論，共同完成一套屬於自己的數學 VCD(光碟與簡介手冊)。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考 <input type="checkbox"/> 開放式問題 <input type="checkbox"/> 發現式學習 <input type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習環境調整	1. 調整物理的學習環境 ：學生主動自由分組尋找合作夥伴，提醒學生除數學素養外，數位素養、音樂與藝文素養也是不錯的條件。 2. 營造社會-情緒的學習環境 ：以學生學習需求為中心，以合作學習為焦點，對於學生的新穎想法、創新和探索行為，持開放的態度，營造夥伴間彼此的專長分享和共同學習的機會。 3. 規劃有回應的學習環境 ：學生在學習過程中需要不斷地創新修正與調整。 4. 有挑戰性的學習環境 ：透過影片的公開分享，彼此切磋，培育學生分析綜合評鑑等複雜度較高的學習。	調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整	1. 呈現多元的實作與作品 ：建立互評機制，以影片公開分享方式，進行多元評量。	調整策略： <input type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料	略	

教學流程簡案

第 1 節至第 6 節

活動名稱	教師引導	學生活動
課程前置	一、自由分組。 二、訂定組內合作規則。 三、分享討論網路上的影片。 四、以開放式討論方式帶領學生尋找各組的複習單元。	一、完成分組座位。 二、學生能理解，組內同學需具備不同素養。 三、尋找複習單元的主題。(可先尋找 3 至 5 個主題，下次討論。)
小組討論(一)	一、帶領學生從擴散到聚焦，選擇各組複習單元的主題。 二、檢視學生想填詞的曲目。	一、選擇主題。 二、分組討論，該複習單元主題的對應概念架構，共同完成該主題的思考地圖。

活動名稱	教師引導	學生活動
問題導入	一、帶領學生針對各組的思考地圖進行提問。	一、以組間輪動的方式，向各組說明自己的思考地圖架構與內容。（組間輪動：每組同學編號，輪流在該組解說架構與內容，其餘同學依序到他組做聽眾，並提問）
小組討論(二)	一、帶領各組做思考地圖的轉換。 (邀請音樂老師協作)	一、練習把思考地圖轉為符號或文字。並嘗試填入所選曲目中。
影片製作	一、邀請生活科技老師帶領 PPT 與配樂的學習。	一、大部分學生之前的課程都學習過，再次實作。
小組討論(三)	一、填詞入曲。	一、填詞入曲（確定歌詞）。
初稿分享	一、影片產出發表會。	一、初稿分享。 二、影片內容修正調整。
成果分享	一、殺青點心會。 二、影片票選。	一、針對當初發想與製作過程中的學習歷程進行分享。
延伸學習	一、主題許願單活動。	提出下次分組上課前，想要完成的單元主題。

(十) 綜合除法 陳光鴻

資賦優異學生數學領域課程調整教學活動示例

課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域： <u>數學</u> <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域(<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/ 新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域(<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域(<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
安置型態	<input checked="" type="checkbox"/> 集中式資優班 <input type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班(區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input checked="" type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱	綜合除法			
教學時間	本單元建議時數：1 節		教學設計者	陳光鴻
設計理念	<p>一、設計背景</p> <p>在學習多項式的除法前，本班部分學生已學習長除法、分離係數除法，有部分學生已在國中時期學會綜合除法的操作，但不知道綜合除法係由長除法演變而來，即僅學習操作過程，不理解長除法如何演進到綜合除法的歷程。因此，在同一個班級內，學生個別對於學習綜合除法的需求不同，需要透過加深與加速二項課程設計，營造達成適性學習環境。</p> <p>另外，由長除法透過簡化符號使用產出綜合除法的歷程，需要敏銳的觀察，以及多次的試探方可完成。因此，設計具引導性的教學活動，營造出能夠有效連結學生舊有經驗，使其在代數運算化簡的過程中，逐步培養歸納統整的能力。</p> <p>二、班級學生資優行為特質：</p> <p>(一) 跳躍性思考</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生喜歡在老師還沒有把話說完前，就提出自己的想法，等老師把話說完後，才發現自己理解不夠完整，而後再次提出自己的想法。 2. 喜歡透過直覺思考問題，當直覺錯誤時，無法從自己的直覺中跳出，重新思考問題。 3. 無法完整地呈現自己解決問題的歷程。 <p>(二) 提早學習與跳級學習</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 超越年級順序，跳級學習，九年級時已學會十年級、十一年級的數學知識。 2. 透過自學的方式，累積大量數學運算的經驗，超出普通班學生經驗。 <p>(三) 能夠獨立思考，無法團體協作</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能夠享受獨處並充份信任自己在思考中的學習。 2. 能夠主動並積極認識不同背景的朋友。 3. 常視別人提出疑問為攻擊自己的行為，能夠非常快速地反應，以防衛姿態提出解釋，但無法有效解決別人的疑問，更多自圓其說。 			

	<p>4. 常引用單一觀點解決問題，並過份依賴自己的記憶。</p> <p>5. 能主動且積極說出自己的見解，能在很短的時間內說服他人，但無法有效聆聽，因而溝通成效不彰，團體共創效果差。</p> <p>三、課程調整重點摘要：</p> <p>(一) 縮短長除法的先備知識連結時間，以一個提問統整。</p> <p>(二) 直接在黑板上呈現分離係數法的解題歷程，並以提問—回饋確認學習成效，加速學習。</p> <p>(三) 透過二次除式、三次除式來加深學生在學習綜合除法的困難，以確認學習品質，並營造簡化符號運算、歸納多元觀點的學習環境。</p> <p>四、希望培養學生的重點能力</p> <p>(一) 培養學生具備簡化符號運算的能力。</p> <p>(二) 培養學生具備逐步檢視自我思考歷程的能力。</p> <p>(三) 培養學生具備團體共創與團體協作的的能力。</p>	
學習目標	<p>1. 理解除式為一次式的分離係數法轉化為綜合除法的歷程（知識），並能以此為基點思考除式為二次式的可能結果（技能）。</p> <p>2. 理解綜合除法的連續應用與多項式變數變換間的關聯（技能）。</p> <p>3. 能透過綜合除法做數值估計並準確到小數點後第三位（技能）。</p> <p>4. 能透過團體協作縮短產出成果的時間（情意）。</p>	
學習表現	<p>1. 能在教師引導後嘗試簡化長除法。</p> <p>2. 能理解長除法中的「減法」變為綜合除法的「加法」。</p> <p>3. 能熟練的使用綜合除法並與除法原理連結。</p> <p>4. 能自行推論出除式為二次式、三次式的綜合除法。</p> <p>5. 能自行推論出除式領導係數不為 1 時的綜合除法修正方法。</p>	
學習內容調整	<p>1. 加深：</p> <p>(1) 團體協作除式為二次式的長除法化簡。</p> <p>(2) 團體協作領導係數不為 1 的除式之長除法的化簡，並探討此一概念與除法原理的連結。</p> <p>(3) 導入泰勒展開式的形式，以提問引導學生進行思考垂直整合。</p> <p>2. 加速：</p> <p>(1) 代數運算時間縮短為普通班學生的 2/3。</p> <p>(2) 口語表達時間縮短為普通班學生的 2/3，並要求重點條列式陳述。</p> <p>3. 跨領域的學習：結合物理學的真实情境，使學生能理解並應用數值估計方法。</p>	<p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/> 重組</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 加深</p> <p><input type="checkbox"/> 加廣</p> <p><input type="checkbox"/> 濃縮</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 加速</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 跨領域/科目</p> <p>統整教學主題</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習歷程調整	<p>本次教學活動設計，運用 ORID(焦點討論法) 提問技術來輔助教導思考歷程。ORID 的提問中，減少事實的陳述(O)，增加自我感受提問的數量(R)，並要求學生在團體協作中提出條列式陳述的見解(I)，與可能的解決方案(D)。除式為一次式的綜合除法演變歷程，由教師透過 PPT 快速統整後，學習的重點放在除式為二次式的綜合除法演變上，並要求團體共創化簡的可能形式。</p> <p>本次教學活動設計規劃讓學生上台進行小組成果發表，此一學習任務的目標是透過開放式的問題，引導學生把學到的內</p>	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考</p> <p><input type="checkbox"/> 開放式問題</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習</p> <p><input type="checkbox"/> 推理的證據</p> <p><input type="checkbox"/> 選擇的自由</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動</p> <p><input type="checkbox"/> 彈性的教學進度</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 多樣性的歷程</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>

	<p>容變成自己的創作，而不是複述或總結一般的知識，最終目標是轉化學生的探究歷程成為新的想法、觀念和觀點。轉化歷程涉及下列八個步驟：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 探究：學生找出、理解和分類資訊，以獲得知識。 2. 資訊篩選：學生將探究歷程中獲得的知識和觀念進行處理、解釋、精製和推斷。 3. 產生觀念：從篩選出來的資訊中，學生分析並強調各種元素、概念和感興趣的想法。 4. 聚焦：學生挑選、決定並聚焦在一個特定的元素或想法。 5. 反思：學生衡量、思索與判斷所選的想法。 6. 操作：學生測試和實驗該想法，必要時改變、改善與調整之。 7. 執行：學生決定、整理、準備並產生一個除式為二次式的可能演變歷程來展現他的想法。 8. 溝通：學生向同儕進行其作品的分享。 	
學習環境調整	<ol style="list-style-type: none"> 1. 調整物理的學習環境：教室空間內配置 4 個群組討論桌與 20 台電腦資訊設備，有利於教師、學生與同儕進行開放式的問題討論、小團體或大團體的活動、獨立研究或探索及進行分組的教學活動，其分組也能保持彈性。 2. 營造社會-情緒的學習環境： <ol style="list-style-type: none"> (1) 學生的活動、作品和想法能適度反應在班級中。 (2) 學生具備成為獨立學習者的探究技巧和自我評鑑的能力。 3. 規劃有回應及有挑戰性的學習環境： <ol style="list-style-type: none"> (1) 在此環境中，學生可以因其學習需求，與其他學生分組一起學習。教師能即時給予學生回饋，學生也會對教師的回饋予以回應，並讓學生在進行小組成果發表時，有機會擔任主導者。 (2) 有回應的學習環境：透過表達力課程模組，培養學生主動分享與回饋，建構安全的提問與回饋環境。 4. 有挑戰性的學習環境：學生透過問題設計，彼此挑戰、公開拼解，在競合之間提升問題解決能力。 	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 調整物理的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境</p> <p><input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>
學習評量調整	<ol style="list-style-type: none"> 1. 發展合適的評量工具：本次教學活動設計為充分瞭解學生的學習歷程與成效，針對教學目標擬定學習歷程與成效，針對教學目標擬定學習歷程與成效，針對教學目標擬定下列的評量方式，包括：教師評量、同儕評量（小組成果發表同儕互評）、實作評量（多媒體投影片與口頭報告）。評量最終目的是為幫助學生瞭解已經精熟與尚需加強部分，並作為教師日後課程設計及改進教學的參考。 2. 訂定 Rubrics 評量規準，針對學生發表的內容，進行合宜的區分評鑑（如附錄）。 3. 呈現多元的實作與作品： <ol style="list-style-type: none"> (1) 傳統的紙筆測驗無法評量大部分資優課程之教學目標與成果，本次教學活動最後的小組成果發表允許學生表現創造力與問題解決能力。 	<p>調整策略：</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 發展合適的評量工具</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品</p> <p><input type="checkbox"/> 其他：_____</p>

	(2) 小組成果發表強調學生完成複雜、高層次的學習成果，以實作的作品表達展現，學生須應用新技能與概念而不只是回憶知識和事實，產出的作品呈現方式為多媒體投影片與口頭報告。	
參考資料	105 學年度全華版高中數學第一冊第二章第二節多項式的運算。 綜合除法的演變歷程示例，陳光鴻（2006），臺中一中。（PPT 檔）	

教學流程簡案

活動名稱	教師引導	學生活動
課程前置 (2 分鐘)	1. 同質性的分組。 2. 依座位相近分 10 組，每組 3 人。 3. 學生瞭解多項式的長除法概念與操作。	1. 完成分組座位。 2. 進行長除法理解確認。 3. 完成 Zuvio 帳號登入。
同質性小組討論 (8 分鐘)	閱讀與討論課文與「綜合除法」相關部分。	一、學生討論課文內容。
發展活動一 (20 分鐘)	1. 求出多項式 $2x^3 + 3x^2 - x + 2$ 除以 $x - 2$ 的商式及餘式。 2. 討論化簡的可能： 提問一：如何簡化上述計算過程？ 提問二：在計算過程中有無相同部分？可否簡化？ 提問三：消去重覆出現之式子，可否將整理型式再簡化？ 提問四：一定要上下相減嗎？ 提問五：如何有更棒的表示法？ 3. 老師以 PPT 簡報做統整。	1. 以分離係數法完成任務。 2. 學生對計算過程進行觀察與討論。 3. 在老師引導性提問下，嘗試提出簡化計算的方法。 4. 學生討論與分享自己的看法。透過小組協作，得到全組的共識。
發展活動二 (15 分鐘)	1. 求出多項式 $2x^5 + 3x^4 - x^3 - 2x^2 + x - 6$ 除以 $x^2 - 2x + 3$ 的商式及餘式。 2. 以泰勒展開式寫出以 $x - 2$ 展開 $2x^3 + 3x^2 - x + 2$ 的結果。 3. 求出多項式 $2x^3 + 3x^2 - x + 2$ 除以 $2x - 1$ 的商式及餘式。	1. 以分離係數法完成任務。 2. 學生討論與分享自己的看法。透過小組協作，得到全組的共識後，將成果作成 PPT 或繪製成果於 A3 紙張。
成果發表 (5 分鐘)	1. 學生進行成果發表。 2. 透過 Zuvio 系統進行同儕互評 3. 回家作業：完成 Zuvio 總結評量	1. 成果發表。 2. 在 Zuvio 系統上進行評分。

綜合除法的演變歷程 PPT 截圖

長除法

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 7x + 13 \\ x-2 \overline{) 2x^3 + 3x^2 - x + 2} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ 7x^2 - x \\ \underline{7x^2 - 14x} \\ 13x + 2 \\ \underline{13x - 26} \\ 28 \end{array}$$

分離係數法

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 7x + 13 \\ x-2 \overline{) 2x^3 + 3x^2 - x + 2} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ 7x^2 - x \\ \underline{7x^2 - 14x} \\ 13x + 2 \\ \underline{13x - 26} \\ 28 \end{array}$$

分離係數法

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r}
 2 \quad +7 \quad +13 \\
 1-2 \overline{) \begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \\ \hline 7 \quad -1 \\ 7 \quad -14 \\ \hline 13 \quad +2 \\ 13 \quad -26 \\ \hline 28 \end{array} }
 \end{array}$$

綜合除法的演變

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r}
 \overline{) \begin{array}{r} 2 + 3 - 1 + 2 \\ 2 - 4 \\ 7 - 1 \\ 7 - 14 \\ 13 + 2 \\ 13 - 26 \\ 28 \end{array}}
 \end{array}$$

綜合除法的演變

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

[illegible]

綜合除法的演變

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \overset{2}{\textcircled{2}} + 3 \\ - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{-1}{\textcircled{-1}} + 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 7 \\ \textcircled{7} - 14 \end{array} \\ \hline 13 + 2 \\ \textcircled{13} - 26 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 - 2 \\ \\ \end{array}$$

綜合除法的演變

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 2+3-1+2 \\ \hline 2-4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1-2 \\ \hline 7 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 7 \\ \hline 7-14 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 13+2 \\ \hline 13-26 \end{array} \\ \hline 28 \end{array}$$

綜合除法的演變

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 2+3-1+2 \\ \hline 2-4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 7-14 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13+2 \\ \hline 13-26 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1-2 \\ \hline \end{array} \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad \quad \\ \hline 7 \\ 7 -14 \\ \hline 13 \\ 13 -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad \quad \\ \hline 7 \\ 7 -14 \\ \hline 13 \\ 13 -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad \quad \\ \hline 7 \\ 7 -14 \\ \hline 13 \\ 13 -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad -14 \quad \\ \hline 7 \\ 7 13 \\ \hline 13 \\ 13 -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad -14 \quad \\ \hline 7 13 \\ \hline -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ 2 \quad -4 \quad -14 \quad -26 \quad \\ \hline 7 13 28 \\ \hline -26 \\ \hline 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ -4 \quad -14 \quad -26 \\ \hline 2 \quad 7 \quad 13 \quad 28 \end{array}$$

【綜合除法的演變】

求多項式 $2x^3+3x^2-x+2$ 除以 $x-2$ 的商式及餘式

$$\begin{array}{r} 2 \quad +3 \quad -1+2 \\ +4 \quad +14 \quad +26 \\ \hline 2 \quad 7 \quad 13 \quad 28 \end{array}$$

附錄二

評量規準

文 <ul style="list-style-type: none">• 文字內容與格式簡潔• 文字與主題扣合• 文字排列有次序	動畫 <ul style="list-style-type: none">• 引月動畫恰當• 能使用美工、影片輔助• 能強調重點概念	團隊 <ul style="list-style-type: none">• 組員間有互動• 組員間能互相支援• 組員間有眼神交會
圖 <ul style="list-style-type: none">• 圖片引用醒目• 圖片與主題扣合• 圖片排列有次序	口 <ul style="list-style-type: none">• 能使聽眾理解• 有梗有笑話• 音量適中、口齒清晰	計分方式 <ul style="list-style-type: none">• 未達任一項0分• 達任一項1分• 達任二項3分• 達任三項5分• 達三項且表現出色得7分
表 <ul style="list-style-type: none">• 表格引用醒目• 表格與主題扣合• 表格排列有次序	肢體 <ul style="list-style-type: none">• 有手部動作• 有身體動作(頭、臉、足、體)• 肢體動能為演示加分	

二、資賦優異學生數學領域課程調整教學設計－操作表格

課程形式	<input type="checkbox"/> 單一領域： <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域(<input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文) <input type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域(<input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地球科學) <input type="checkbox"/> 社會領域(<input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會) <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	<input type="checkbox"/> 議題融入		議題名稱	
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input type="checkbox"/> 分散式資優班 <input type="checkbox"/> 普通班(區分性課程) <input type="checkbox"/> 資優方案			
階段/年級 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級			
單元(活動)名稱				
教學時間	本單元建議時數：_____節		教學設計者	
設計理念	設計理念填寫說明： 1. 評估任課學生的學習特質及學習本單元活動的先備能力與起點行為。 2. 分析普通課程與資優學生學習特質的適配性，以評估學生的學習特殊需求，說明教材之發展(選用/改編/自編教材)，研擬本單元活動。			
學習目標				
學習表現	學習表現填寫說明： 根據學生學習需求研擬之本單元活動，列出能培養的學生能力及預期達到的成就水平。			
學習內容調整				調整策略： <input type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習歷程				調整策略： <input type="checkbox"/> 高層次思考

調整		<input type="checkbox"/> 開放式問題 <input type="checkbox"/> 發現式學習 <input type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習環境調整		調整策略： <input type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____
學習評量調整		調整策略： <input type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____
參考資料		
教學流程簡案		

附錄

1. 學習單或可供學生參考之資料等
2. 教師回饋（含自我反思心得、教學策略改進、教學活動修正）
3. 學生回饋（含學生學習單範例紀錄、課程回饋、照片成果）

三、資賦優異學生課程調整教師自我檢核表

教師進行「資賦優異學生課程調整」時，可參考本表以檢視符合課程調整原則與需求。

項目	檢核內容	符合 請打✓
評估學生 學習特殊 需求	已評估教學對象的學習特殊需求。 例如：身心特質、興趣、起點行為、先備能力、優勢能力、學習風格等並 分析普通課程與資優學生學習特質的適配性。	
課程調整 規劃	根據上述學生的學習特殊需求，訂定本單元/課程之學習目標，發 展教學活動與教材（含選用/改編/自編教材）。	
	本單元/課程已規劃學習內容調整（至少包含一項）。 <input type="checkbox"/> 重組 <input type="checkbox"/> 加深 <input type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮 <input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	本單元/課程已規劃學習歷程調整（至少包含一項）。 <input type="checkbox"/> 高層次思考 <input type="checkbox"/> 開放式問題 <input type="checkbox"/> 發現式學習 <input type="checkbox"/> 推理的證據 <input type="checkbox"/> 選擇的自由 <input type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	本單元/課程已規劃學習環境調整（至少包含一項）。 <input type="checkbox"/> 調整物理的學習環境 <input type="checkbox"/> 營造社會-情緒的學習環境 <input type="checkbox"/> 規劃有回應的學習環境 <input type="checkbox"/> 有挑戰性的學習環境 <input type="checkbox"/> 調查與運用社區資源 <input type="checkbox"/> 其他：_____	
	本單元/課程已規劃學習評量調整（至少包含一項）。 <input type="checkbox"/> 發展合適的評量工具 <input type="checkbox"/> 訂定區分性的評量標準 <input type="checkbox"/> 呈現多元的實作與作品 <input type="checkbox"/> 其他：_____	
教學實施	完成實際教學，且學生的學習表現大致符合原訂之學習目標。	
	建置教學檔案。 例如：授課教師及協同教師的教學檔案、觀察紀錄、師生互動、學習氣氛、 教學策略改進省思等。	
	建置學生的學習歷程檔案。 例如：學生創作的成果作品、學習報告、測驗成績、學生對課程與教材的 回饋與反應等。	
課程評鑑	檢討課程調整後的教學成效並持續修正。	